Christian Schindelhauer

Freiburg, den 11. Dezember 2013
Besprechung 18. Dezember 2013

Übungen zur Vorlesung **Graphentheorie** Winter 2013/14 Blatt 3

AUFGABE 1:
Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen gegebenen, schwach zusammenhängenden Graphen, in $O(|V| + |R|)$ bestimmt, ob dieser Eulersch ist und gegebenenfalls den Eulerschen Kreis ausgibt.

AUFGABE 2:
Seien $G_1 = (V, E_1)$ und $G_2 = (V, E_2)$ ungerichtete, einfache Graphen mit gleicher Eckenmenge. Der Graph $G_1 \triangle G_2 := (V, E_1 \triangle E_2)$ heißt *symmetrische Differenz* der beiden Graphen G_1 und G_2. Hier bezeichnet $\triangle$ die symmetrische Differenz auf Mengen, definiert durch $E_1 \triangle E_2 := (E_1 \setminus E_2) \cup (E_2 \setminus E_1)$.
Zeigen Sie: Sind G_1 und G_2 Eulersch, dann haben alle Ecken im Graphen $E_1 \triangle E_2$ geraden Grad. Ist die symmetrische Differenz $G_1 \triangle G_2$ immer Eulersch?

AUFGABE 3:

Definition (Schnitt[1]). *Ein Schnitt (A, B) in einem gerichteten oder ungerichteten Graphen G ist eine Partition in nichtleere Teilmengen $A \in V$ und $B \in V$, sodass $V = A \cup B$ und $A \cap B = \emptyset$.*

Beweisen Sie: Ein gerichteter Graph G ist genau dann schwach zusammenhängend, wenn für jeden Schnitt (A, B) in G gilt $\delta(A) \neq \emptyset$. (Hinweis: Beweis zu Satz 3.19 im Buch)

AUFGABE 4:
Erinnern Sie sich an das Haus vom Nikolaus! Welche Färbungszahl besitzt es? Wie groß ist seine maximale unabhängige Teilmenge? Wie ist die Cliquenzahl? Ist es perfekt? Ist es chordal? Wie oft müssen Sie 'absetzen' um den inversen Graphen vom Haus vom Nikolaus zu zeichnen?

[1]Siehe Definition 3.18 in Krumke, Sven et al. - Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen