Sven Köhler
Felix Schiller

Freiburg, den 27. November 2015
Besprechung 4. Dezember 2015

Übungen zur Vorlesung
Graphentheorie
Winter 2015/16

Blatt 3

Aufgabe 1: (4 Punkte)

Die Universität Freiburg hat 5 Studierende, die eine Hiwi-Stelle an einem der Lehrstühle besetzen können.

- Arno, spezialisiert in Kommunikationssysteme, Betriebssysteme, Softwaretechnik und Künstliche Intelligenz
- Bertram, spezialisiert in Kommunikationssysteme und Betriebssysteme
- Cindy, spezialisiert in Kommunikationssysteme, Softwaretechnik und Bildanalyse
- Daniela, spezialisiert in Kommunikationssysteme
- Emma, spezialisiert in Betriebssysteme

Jeder der fünf Lehrstühle möchte genau einen HiWi einstellen, der auch in dem entsprechenden Gebiet spezialisiert ist.

1. Formalisieren Sie das Problem als Matchingproblem und geben Sie hierzu einen bipartiten Graphen an.
2. Zeigen sie mit Hilfe des Heiratssatzes, dass es kein perfektes Matching gib

Aufgabe 2: (4 Punkte)

Sei G der Graph mit

$$A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Wenden Sie den Algorithmus zur Topologischen Sortierung aus der Vorlesung an um zu entscheiden ob der Graph azyklisch ist. Wählen Sie dabei immer den Knoten mit dem kleinstmöglichen Index. Geben Sie für jede Runde L_0, $\sigma(v_i)$, sowie die durch den Algorithmus entstandene topologische Sortierung an.
2. Geben Sie einen gerichteten Graphen mit n Knoten an, der die maximale Anzahl an unterschiedlichen topologischen Sortierungen besitzt. Berechnen Sie die Anzahl und beweisen Sie die Maximalität.

3. Geben Sie einen gerichteten Graphen mit n Knoten an, der die minimale Anzahl von topologischen Sortierungen besitzt.

Aufgabe 3: (2 Punkte)

Wir betrachten den Graphen K_n, d.h. den vollständigen ungerichteten Graphen mit n Knoten, wobei jeder Knoten mit jeweils genau einer Kante mit den übrigen Knoten verbunden ist. Enthält der Graph einen Eulerweg? Falls nein: Wie viele Kanten muss man mindestens hinzufügen, damit der Graph einen Eulerweg enthält? Beantworte die Frage in Abhängigkeit von n.