

Übungen zur Vorlesung
Graphentheorie
Winter 2012/13
Blatt 3

AUFGABE 1:

1. Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der ein maximales Matching in einem beliebigen bipartiten Graph findet (ein maximales Matching ist ein Matching, welches die Anzahl der Ecken maximiert)
2. Die Universität Freiburg hat 5 Studierende, die eine Hiwi-Stelle an einem der Lehrstühle besetzen können.

Arno, spezialisiert in Algorithmen und Datenstrukturen, Betriebssysteme, Softwaretechnik, sowie Künstliche Intelligenz

Bilal, spezialisiert in Algorithmen und Datenstrukturen, sowie Betriebssysteme

Cindy, spezialisiert in Algorithmen und Datenstrukturen, Softwaretechnik, sowie Grafikverarbeitung

Daniela, spezialisiert in Algorithmen und Datenstrukturen

Esra, spezialisiert in Betriebssysteme

Jeder der fünf Lehrstühle möchte genau einen HiWi einstellen, der auch in dem entsprechenden Gebiet spezialisiert ist.

- (a) Formalisieren Sie das Problem als Matchingproblem und geben Sie hierzu einen bipartiten Graphen an.
- (b) Finden sie mit Hilfe ihres Algorithmus aus Teil 1 ein maximales Matching.
- (c) Zeigen sie mit Hilfe des Heiratssatzes, dass es kein perfektes Matching gibt.

AUFGABE 2:

Zeigen Sie, dass der Teil b) von Lemma 3.3 falsch ist, falls der gerichtete Graph G nicht als einfach vorausgesetzt wird: Geben sie für $g \geq 2$ einen Graphen G mit $g^+(v) \geq g$ für alle $v \in V(G)$ aus, der keinen elementaren Kreis der Länge mindestens $g + 1$ besitzt.

Zur Erinnerung:

Lemma (3.3 b). *Sei G ein einfacher (gerichteter), endlicher Graph. Falls $\exists g \geq 1$, so dass für alle $v \in V(G) : g^+(v) \geq g$, dann existiert ein elementarer Kreis der Länge mindestens $g + 1$.*

AUFGABE 3:

Ein zerstreuter Professor kann sich nie merken, in welcher Reihenfolge er sich anziehen soll. Er hat zehn Kleidungsstücke: Unterhose, Socken, Uhr, Gürtel, Jackett, Hemd, Unterhemd, Krawatte, Schuhe, Hose.

1. Stellen Sie einen gerichteten azyklischen Graphen auf, welcher die Kleidungsstücke als Ecken darstellt. Pfeile zwischen den Ecken existieren, falls eine Abhängigkeit besteht, z.B. Unterhemd \rightarrow Hemd.
2. Helfen Sie dem Professor, sich anzuziehen und erstellen Sie eine topologische Sortierung mit dem in der Vorlesung angegebenen Algorithmus.