Christian Schindelhauer und Peter Thiemann

Freiburg, den 12. Dezember 2012
Besprechung 18. Dezember 2012

Übungen zur Vorlesung

Graphentheorie

Winter 2012/13

Blatt 4

AUFGABE 1:
Geben Sie einen Algorithmus an, der für einen gegebenen, schwach zusammenhängenden Graphen, in $O(|V|+|R|)$ bestimmt, ob dieser eulersch ist und gegebenenfalls den Eulerschen Kreis ausgibt.

AUFGABE 2:
Seien $G_1 = (V, E_1)$ und $G_2 = (V, E_2)$ ungerichtete, einfache Graphen mit gleicher Eckenmenge. Der Graph $G_1 \triangle G_2 := (V, E_1 \triangle E_2)$ heißt *symmetrische Differenz* der beiden Graphen G_1 und G_2. Hier bezeichnet $\triangle$ die symmetrische Differenz auf Mengen, definiert durch $E_1 \triangle E_2 := (E_1 \setminus E_2) \cup (E_2 \setminus E_1)$.
Zeigen Sie: Sind G_1 und G_2 Eulersch, dann haben alle Ecken im Graphen $E_1 \triangle E_2$ geraden Grad. Ist die symmetrische Differenz $G_1 \triangle G_2$ immer Eulersch?

AUFGABE 3:

Definition (Schnitt[1]). *Ein Schnitt (A, B) in einem gerichteten oder ungerichteten Graphen G ist eine Partition in nichtleere Teilmengen $A \in V$ und $B \in V$, sodass $V = A \cup B$ und $A \cap B = \emptyset$.*

Beweisen Sie: Ein ungerichteter Graph G ist genau dann schwach zusammenhängend, wenn für jeden Schnitt (A, B) in G gilt $\delta(A) \neq \emptyset$. (Hinweis: Beweis zu Satz 3.19 im Buch)

AUFGABE 4:
Sei $G = (V, R, \alpha, \omega)$ ein schwach zusammenhängender gerichteter Graph mit $|V| \leq 2$ Ecken. Beweisen Sie, dass es dann eine Ecke $v \in V$ gibt, so dass $G - v$ ebenfalls schwach zusammenhängend ist. (Hinweis: Längste elementare Spur)

[1] Siehe Definition 3.18 in Krumke, Sven et al. - Graphentheoretische Konzepte und Algorithmen