Systeme II

2. Die physikalische Schicht

Christian Schindelhauer
Technische Fakultät
Rechnernetze und Telematik
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

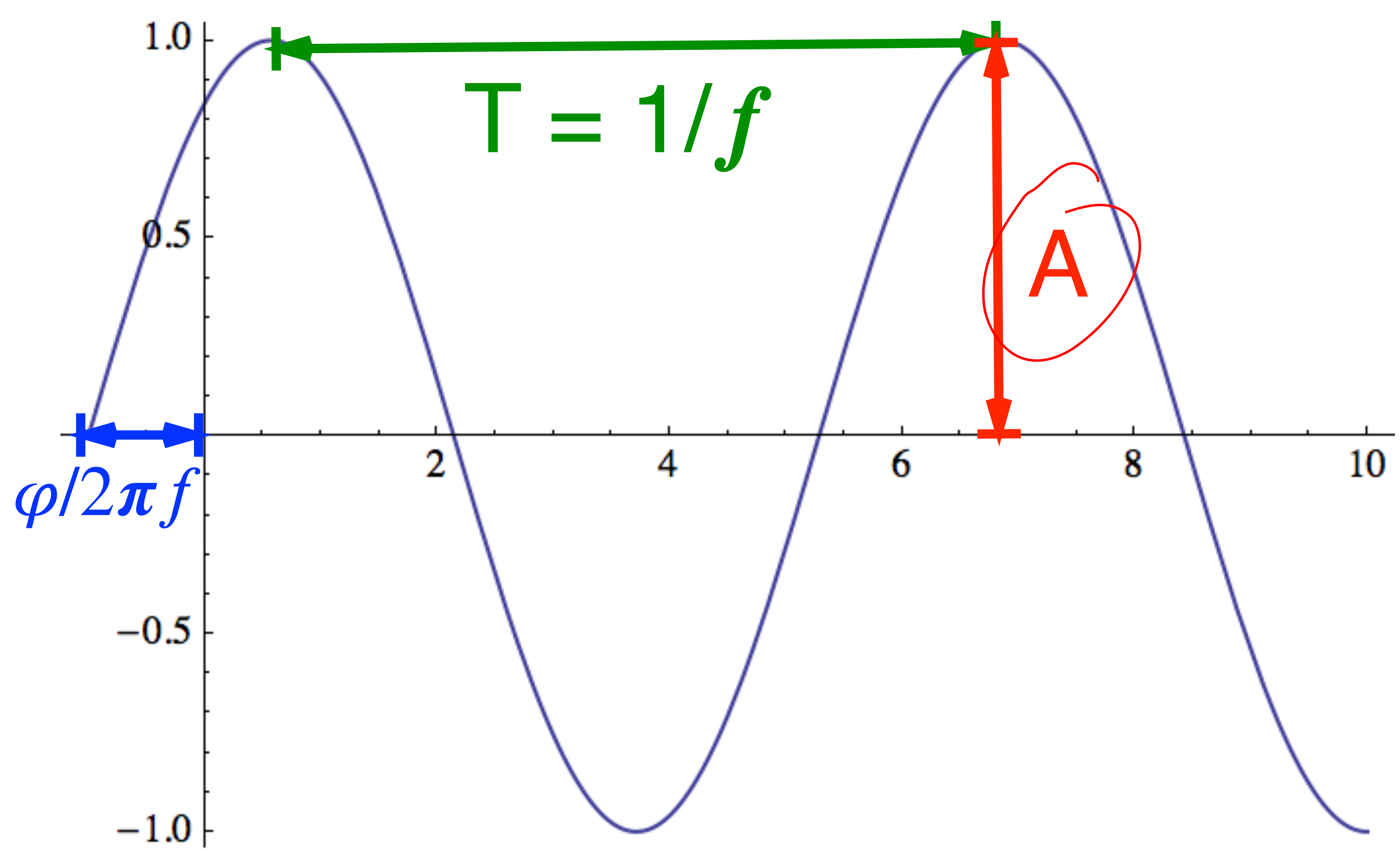
Version 07.05.2014

Amplitudendarstellung

- Amplitudendarstellung einer Sinusschwingung

$$s(t) = A \sin(2\pi f t + \phi)$$

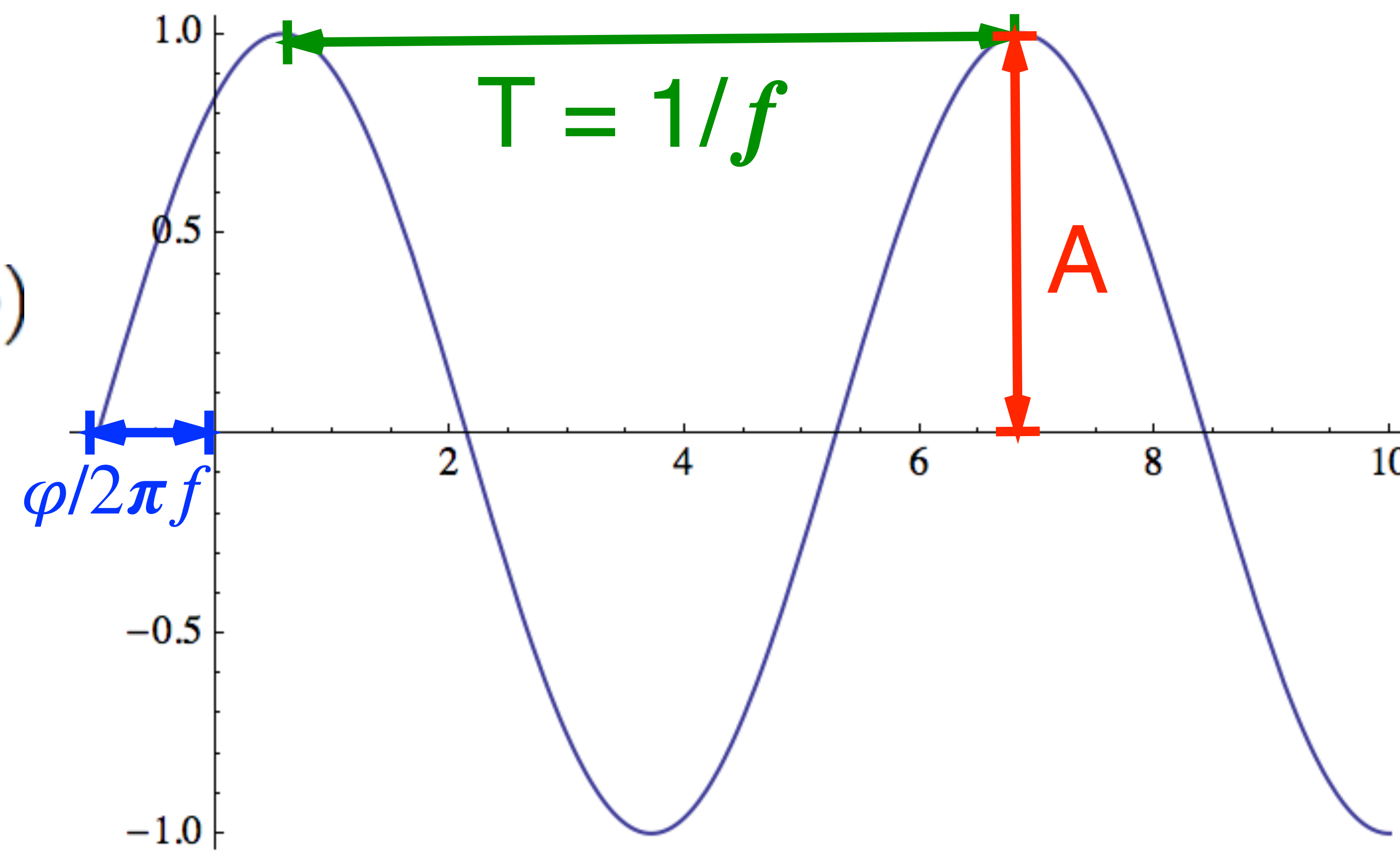
- A: Amplitude
- ϕ: Phasenverschiebung
- f : Frequenz = 1/T
- T: Periode



Breitband

- Idee:
  - Konzentration auf die idealen Frequenzen des Mediums
  - Benutzung einer Sinuskurve als Trägerwelle der Signale
- Eine Sinuskurve hat keine Information
- Zur Datenübertragung muss die Sinuskurve fortdauernd verändert werden (moduliert)
  - Dadurch Spektralweitung (mehr Frequenzen in der Fourier-Analyse)
- Folgende Parameter können verändert werden:
  - Amplitude A
  - Frequenz f=1/T
  - Phase φ

$$s(t) = A\sin(2\pi f t + \phi)$$



CoNe Freiburg

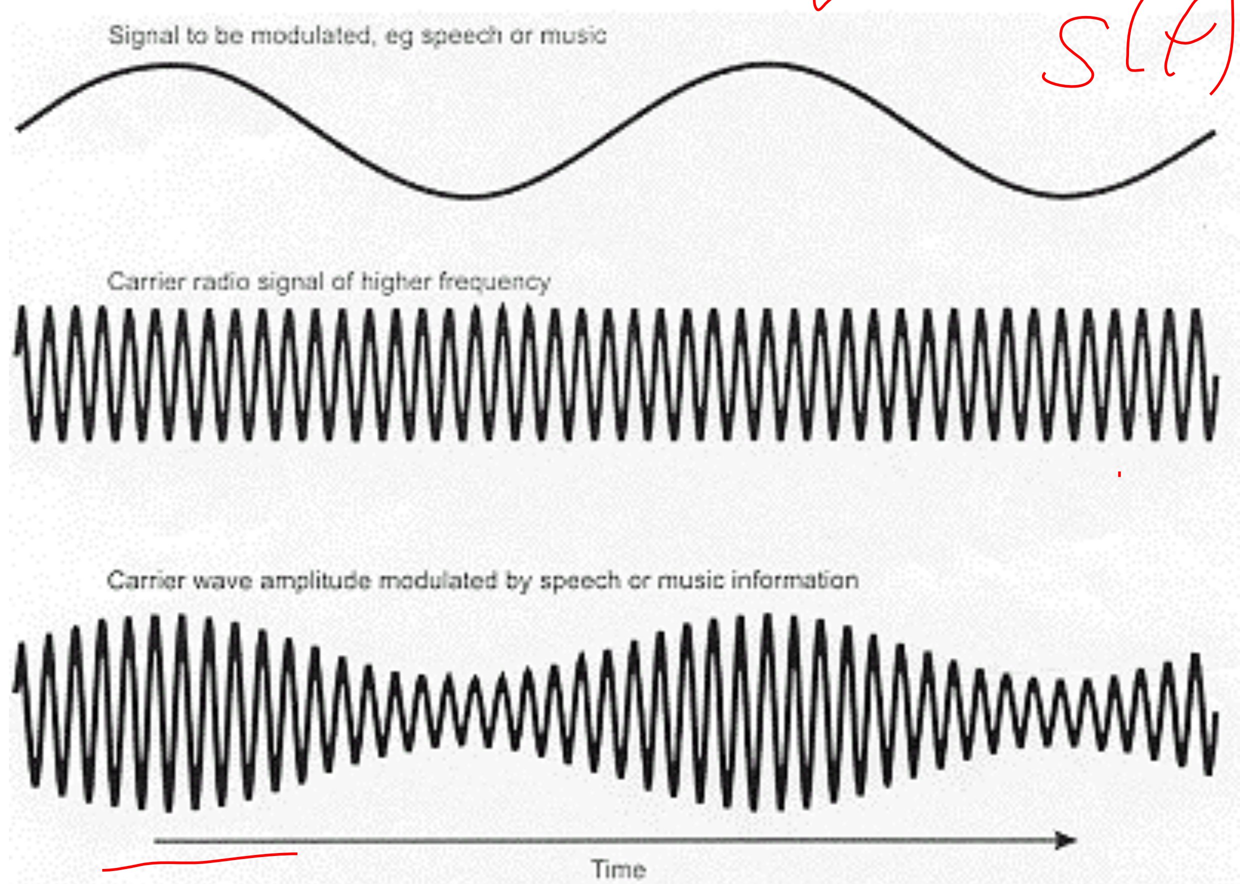
Amplitudenmodulation

- Das zeitvariable Signal s(t) wird als Amplitude einer Sinuskurve kodiert:

$$f_A(t) = s(t)\sin(2\pi f t + \phi)$$

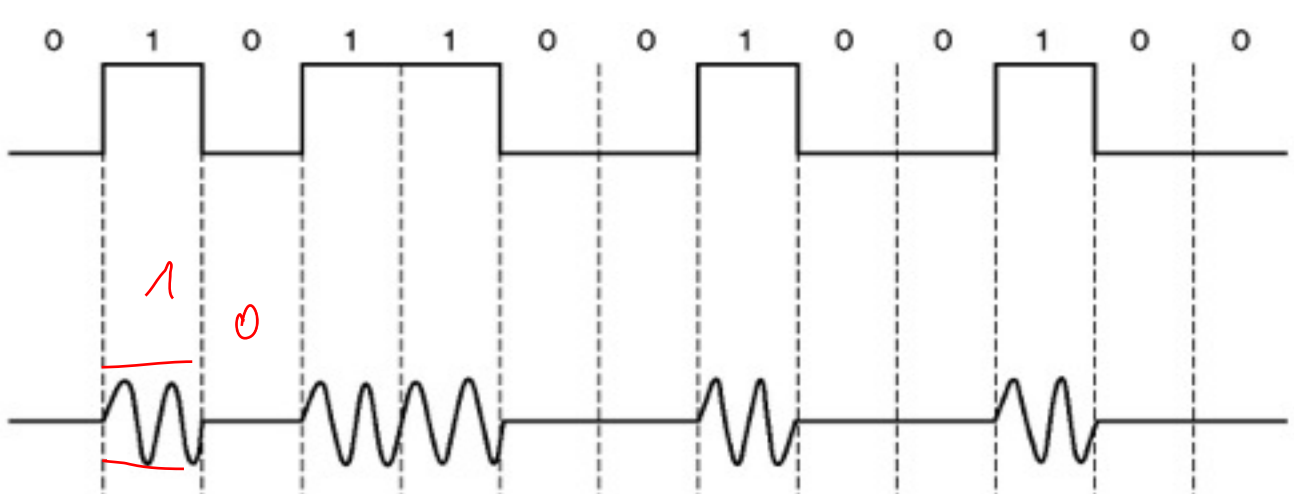
A

- Analoges Signal
  - Amplitude Modulation
  - Kontinuierliche Funktion in der Zeit
    - z.B. zweites längeres Wellensignal (Schallwellen)
- Digitales Signal
  - Amplitude Keying
  - Z.B. durch Symbole gegeben als Symbolstärken
  - Spezialfall: Symbole 0 oder 1
    - on/off keying



s(t)

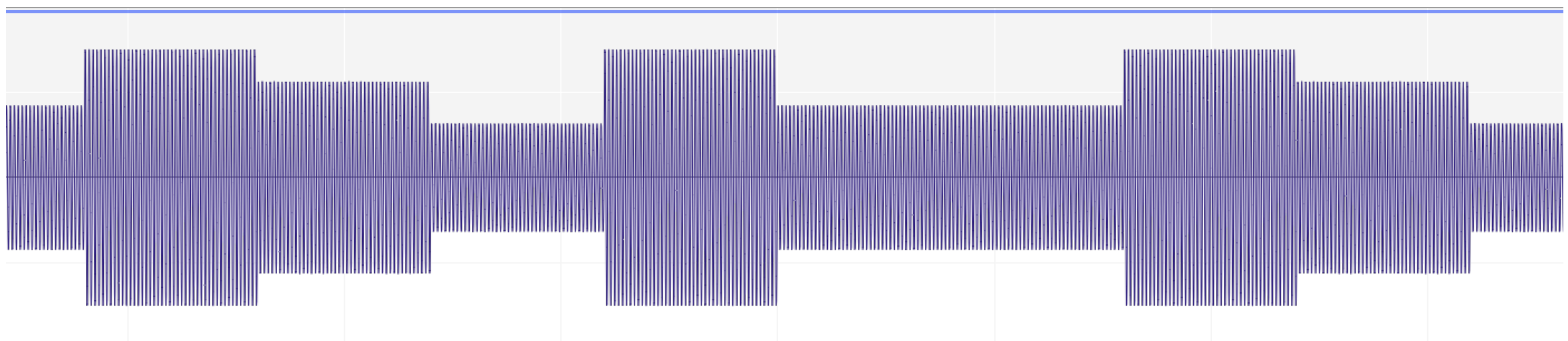
sin



UNI FREIBURG

Hörbeispiel

- Amplituden-modulierte Sinuskurve

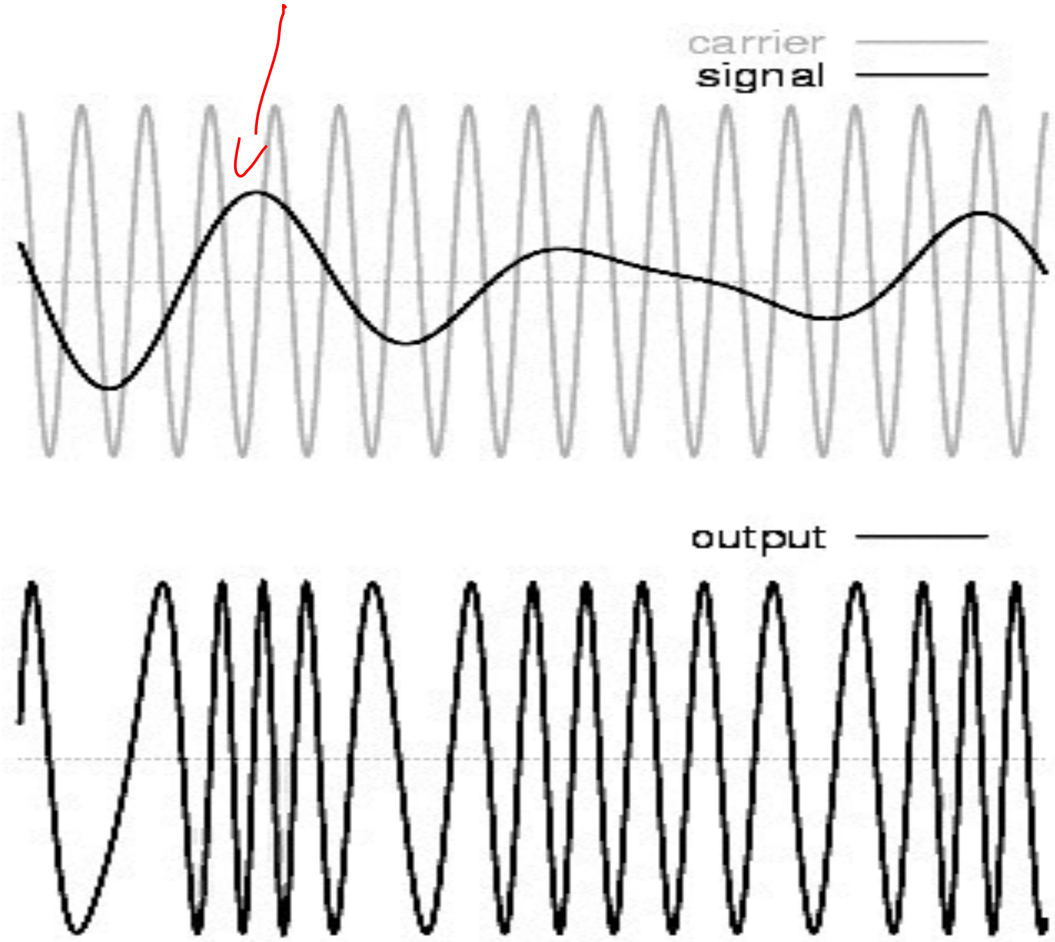


Frequenzmodulation

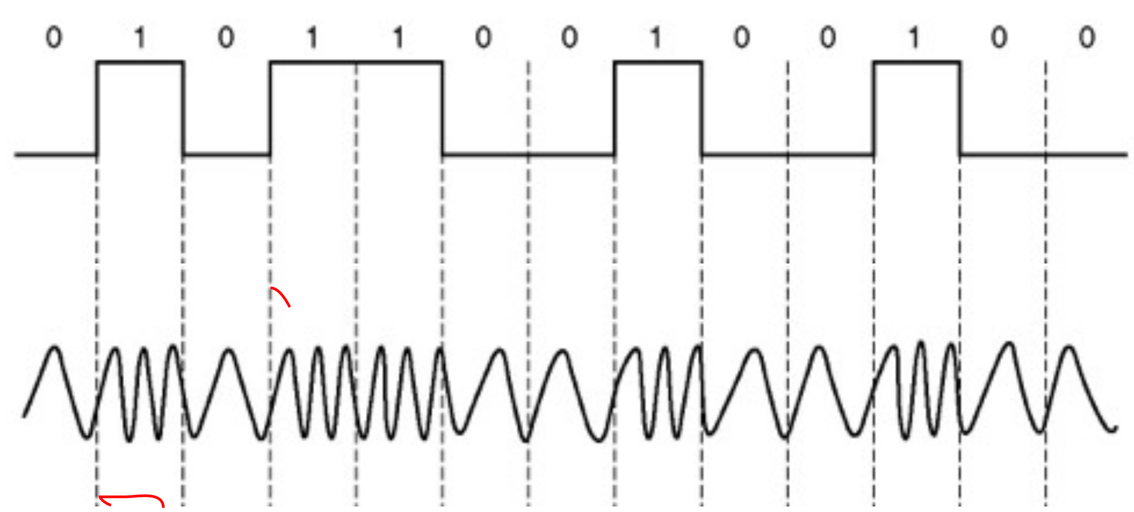
- Das zeitvariable Signal s(t) wird in der Frequenz der Sinuskurve kodiert:

$$f_F(t) = a \sin(2\pi s(t) t + \phi)$$

s(t)

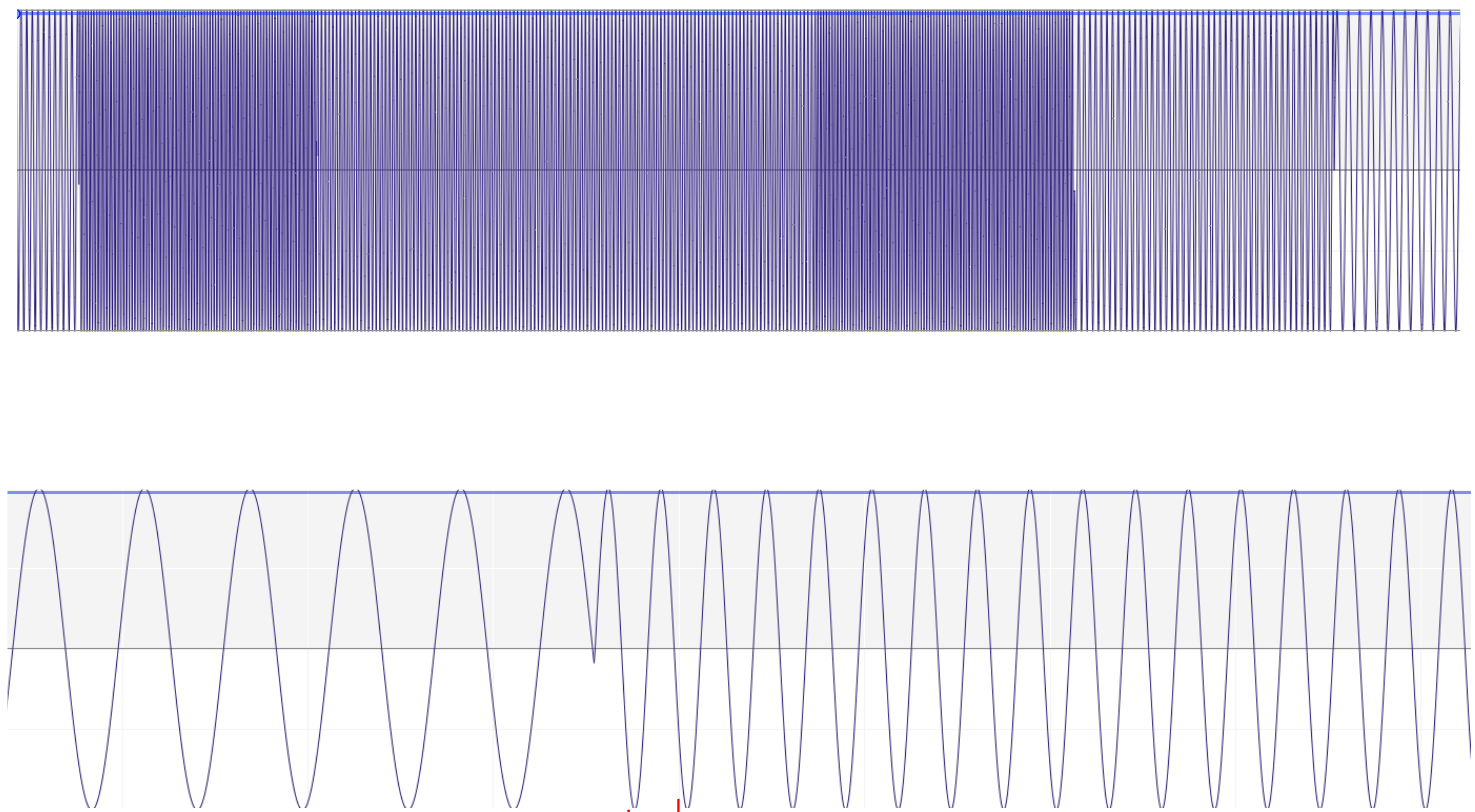


- Analoges Signal
  - Frequency Modulation (FM)
  - Kontinuierliche Funktion in der Zeit
- Digitales Signal
  - Frequency Shift Keying (FSK)
  - Z.B. durch Symbole gegeben als Frequenzen



Hörbeispiel

- frequenz-modulierte Sinuskurve



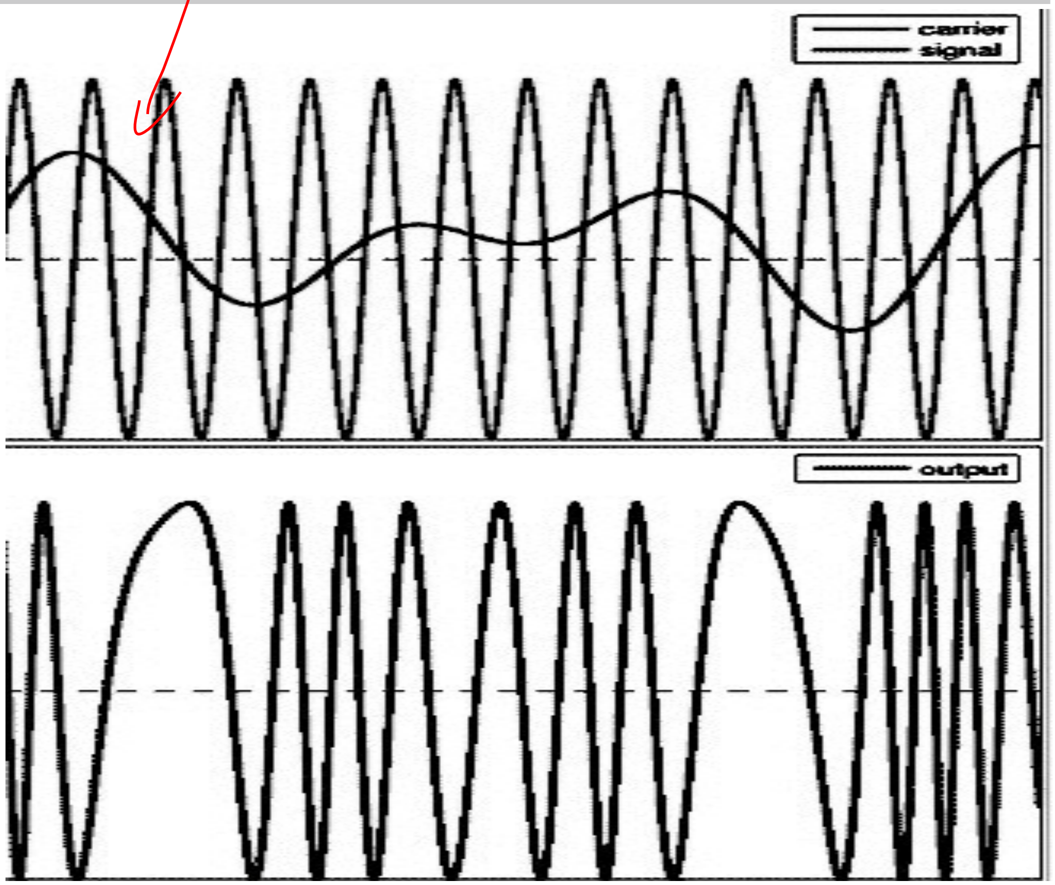
Phasenmodulation

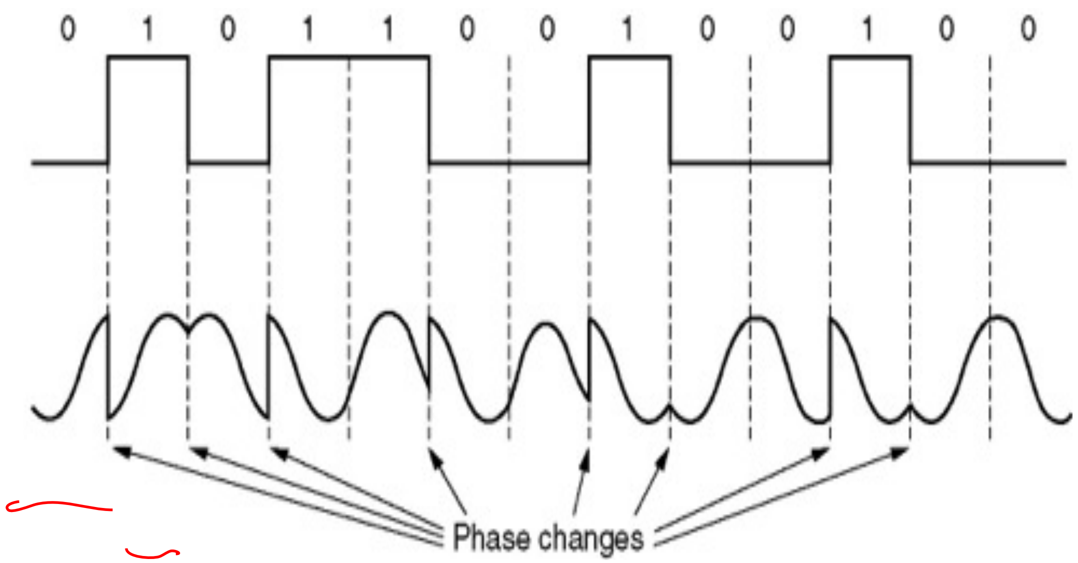
- Das zeitvariable Signal s(t) wird in der Phase der Sinuskurve kodiert:

$$f_P(t) = a \sin(2\pi f t + s(t))$$

s(t)

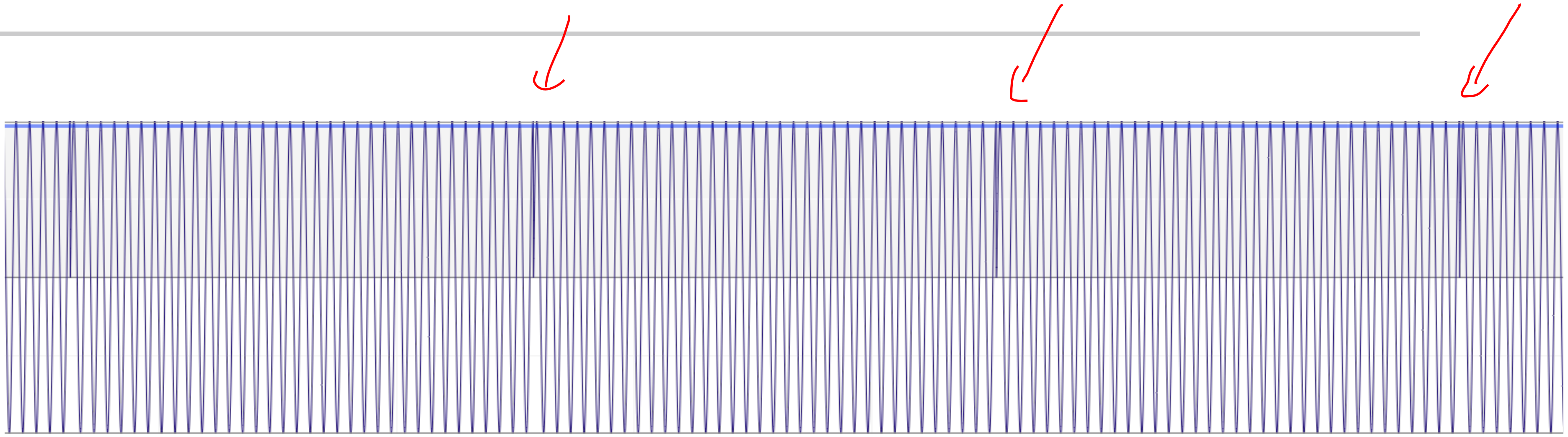
- Analoges Signal
  - Phase Modulation (PM)
  - Sehr ungünstige Eigenschaften
  - Wird nicht eingesetzt
- Digitales Signal
  - Phase-Shift Keying (PSK)
  - Z.B. durch Symbole gegeben als Phasen





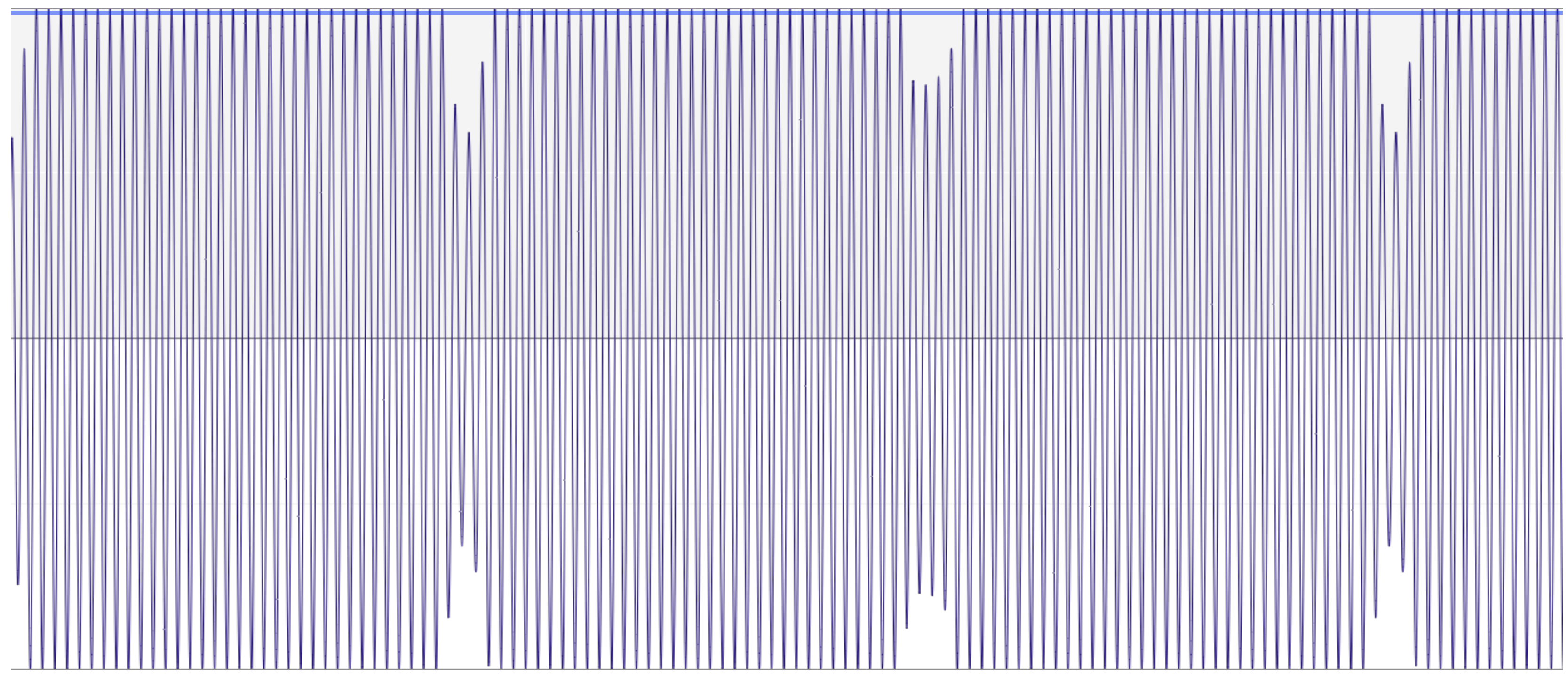
Hörbeispiel

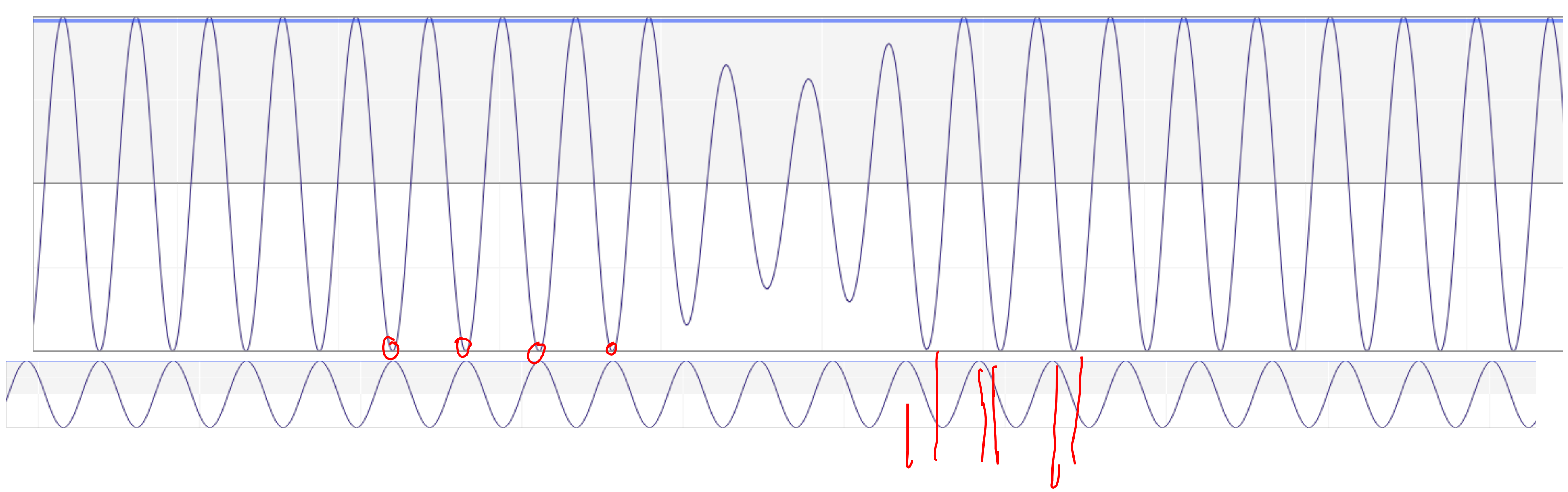
- phasen-modulierte Sinuskurve



Hörbeispiel

- phasen-modulierte Sinuskurve
  - mit glatten Übergang

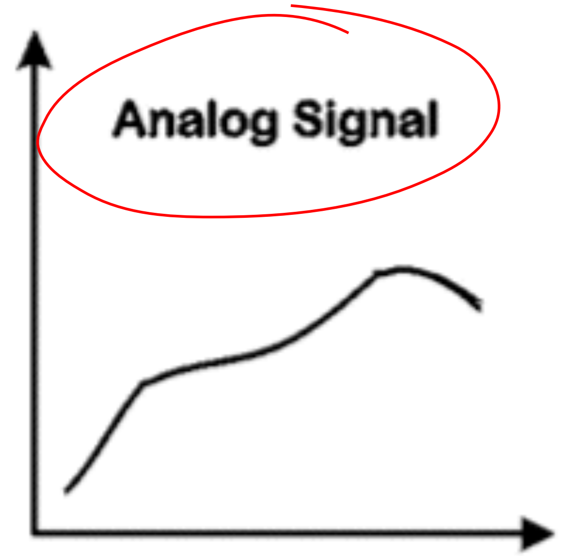


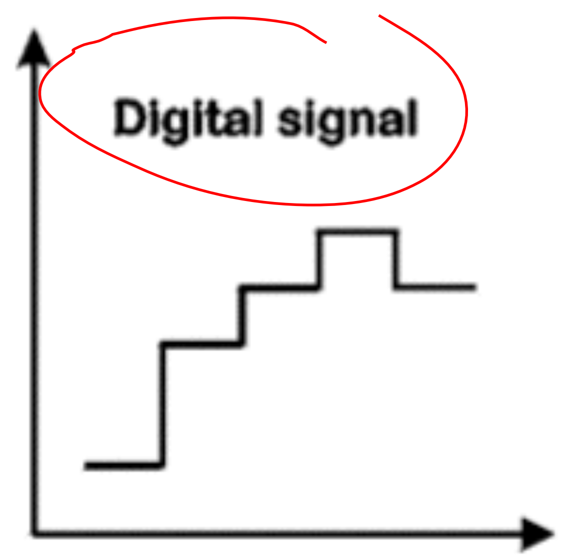


zum Vergleich

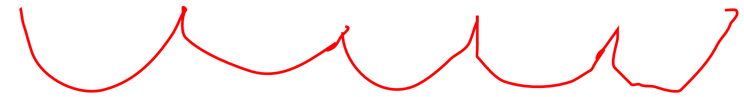
Digitale und analoge Signale im Vergleich

- Für einen Sender gibt es zwei Optionen
  - Digitale Übertragung
    - Endliche Menge von diskreten Signalen
    - Z.B. endliche Menge von Spannungsgrößen/Stromstärken
  - Analoge Übertragung
    - Unendliche (kontinuierliche) Menge von Signalen
    - Z.B. Signal entspricht Strom oder Spannung im Draht
- Vorteil der digitalen Signale:
  - Es gibt die Möglichkeit Empfangsungenauigkeiten zu reparieren und das ursprüngliche Signal zu rekonstruieren
  - Auftretende Fehler in der analogen Übertragung können sich weiter verstärken

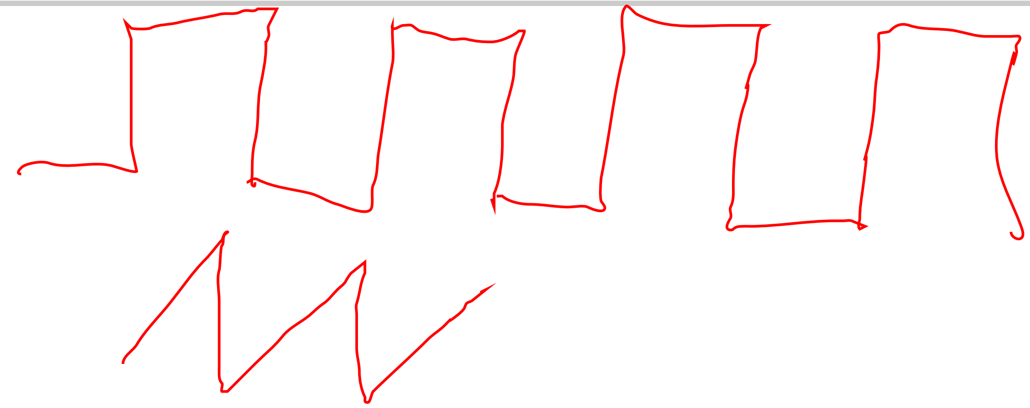




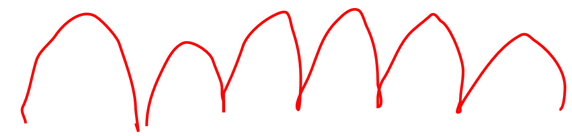
Fouriertransformation

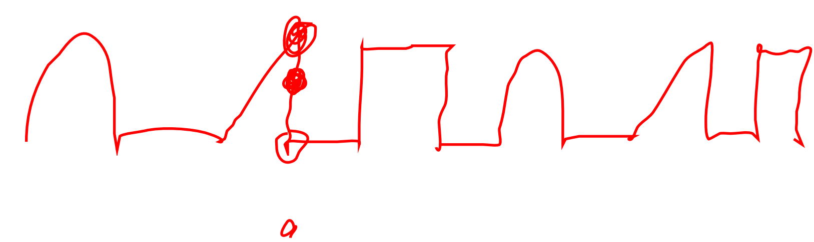


- Fouriertransformation einer periodischen Funktion:
  - Zerlegung in verschiedene
  - Sinus/Cosinus-Funktionen

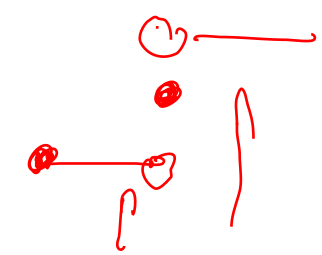


- Dirichletsche Bedingungen einer periodischen Funktion f:
  - $f(x) = f(x+2\pi)$
  - $f(x)$ is in $(-\pi,\pi)$ in endlich vielen Intervallen stetig und monoton
  - Falls f nicht stetig in x_0, dann ist $f(x_0)=(f(x_0-0)+f(x_0+0))/2$

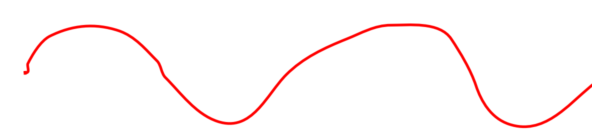




- Satz von Dirichlet:
  - $f(x)$ genüge in $(-\pi,\pi)$ den Dirichletschen Bedingungen. Dann existieren Fourierkoeffizienten $a_0,a_1,a_2,\ldots,b_1,b_2,\ldots$ so dass gilt:



$$\lim_{n\to\infty} \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} a_k \cos kx + b_k \sin kx = f(x)$$

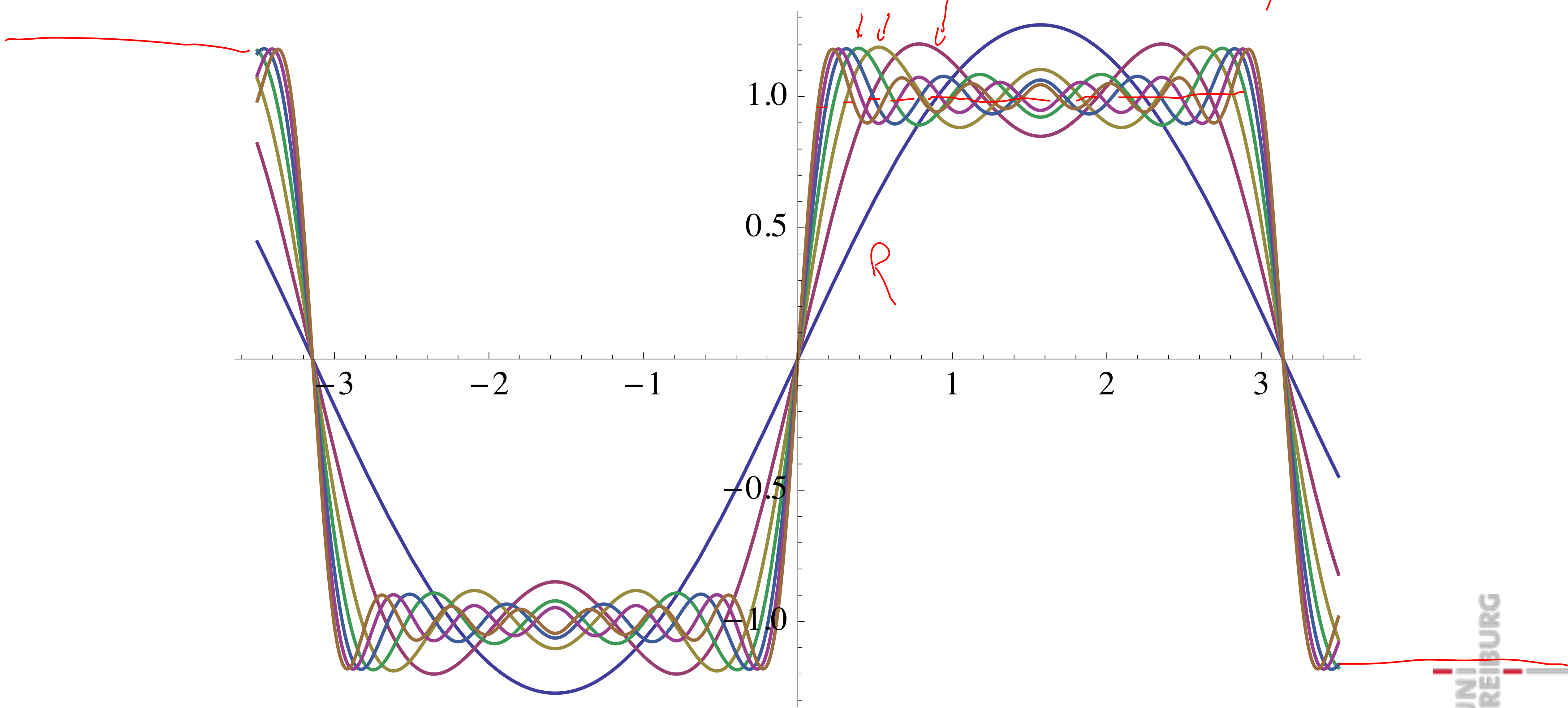


Fouriertransformation

- Fouriertransformation einer periodischen Funktion:
  - Zerlegung in verschiedene
  - Sinus/Cosinus-Funktionen

$$\left(\lim_{n\to\infty} \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} a_k \cos kx + b_k \sin kx\right) = f(x)$$

sin kx



Berechnung der Fourierkoeffizienten

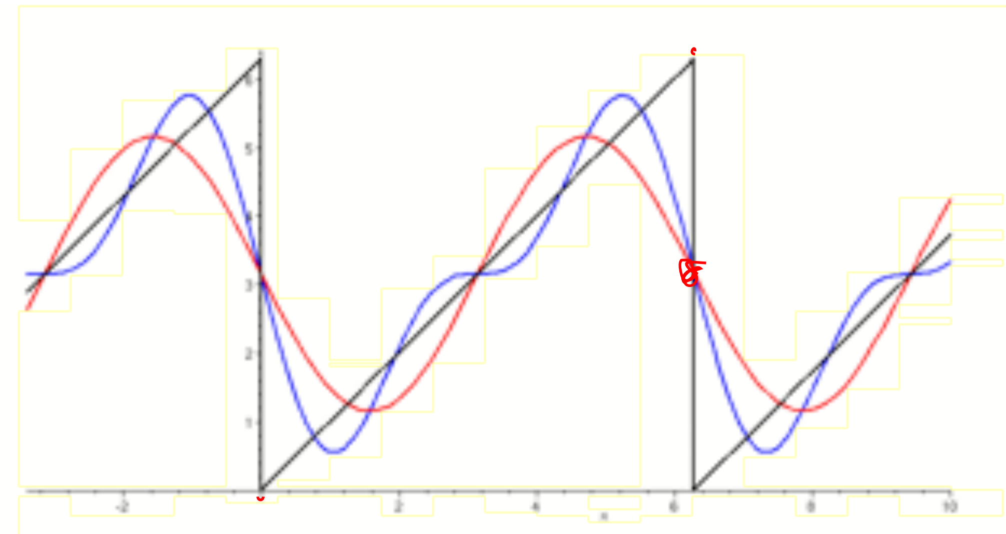
CoNe Freiburg

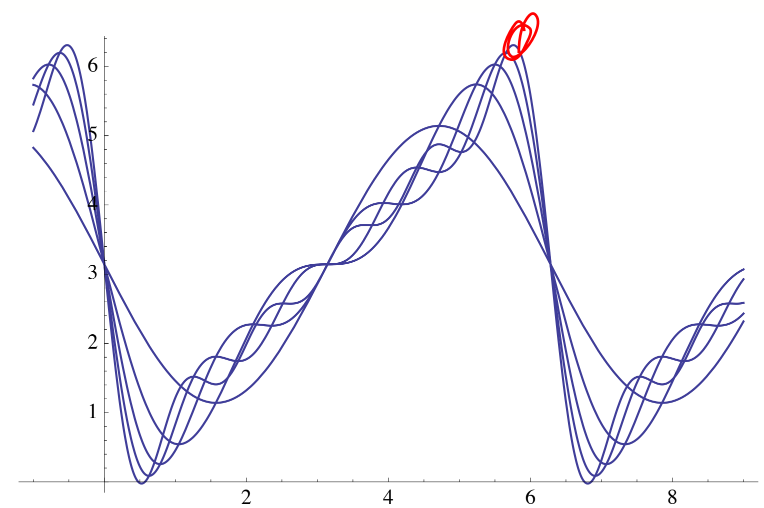
- Die Fourierkoeffizienten a_i, b_i können wie folgt berechnet werden:
  - Für k = 0,1,2,…

$$a_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\cos kx\ dx$$

  - Für k = 1,2,3,…

$$b_k = \frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)\sin kx\ dx$$

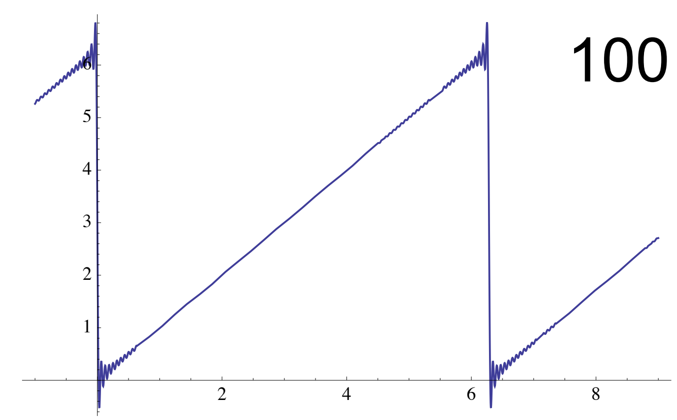




- Beispiel: Sägezahnkurve

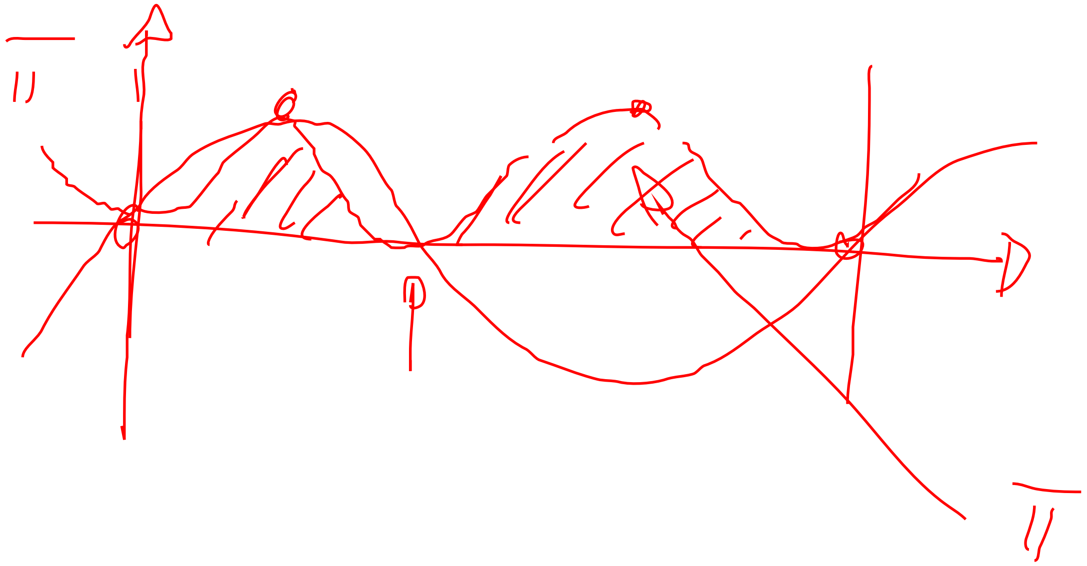
$$f(x) = x\ ,\text{für } 0 < x < 2\pi$$

$$f(x) = \pi - 2\left(\frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + \ldots\right)$$



100 Terme

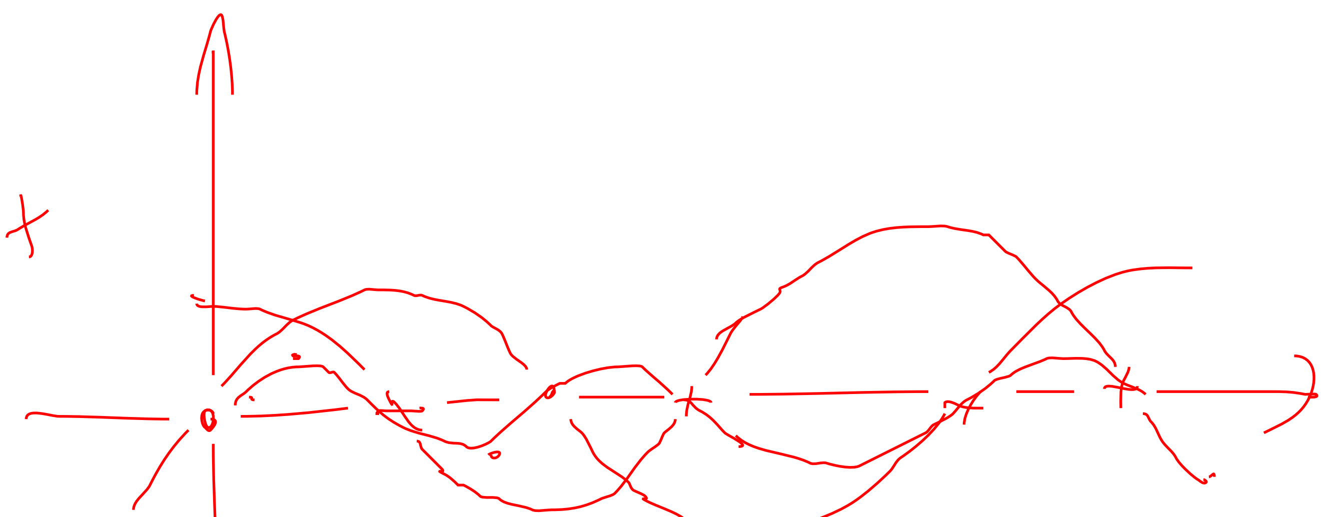
$$\rightarrow \int_{x=0}^{2\pi} \sin(x)\cdot\sin(x)\,dx = \pi$$



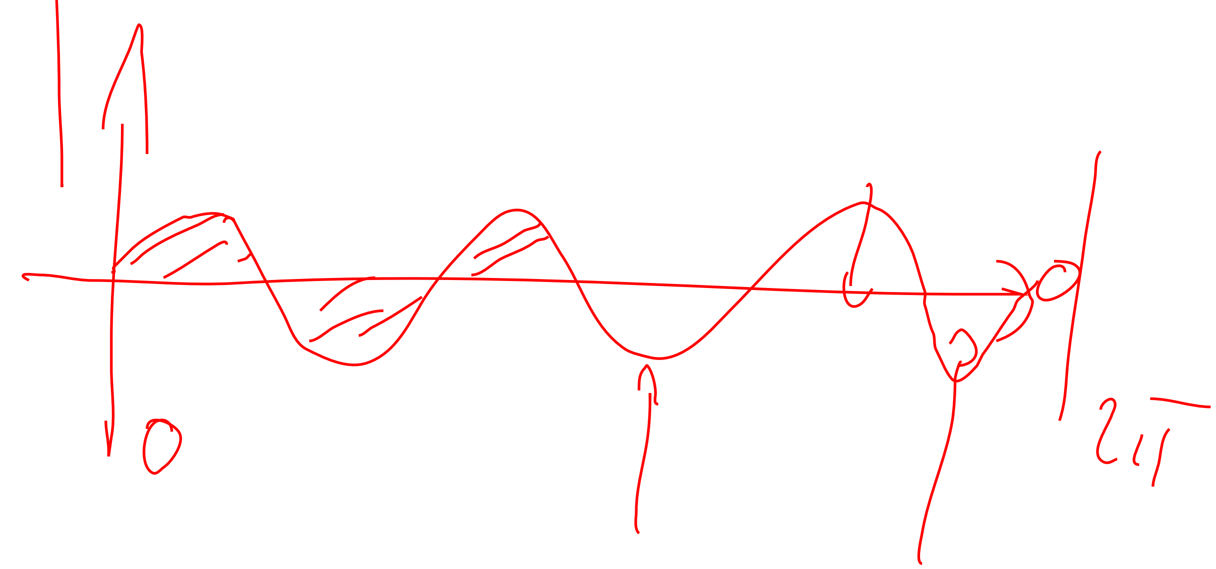
$$\int_{x=0}^{2\pi} \sin(x)\cdot\cos(x)\,dx = 0$$

$$\int_{x=0}^{2\pi} \sin(x)\cdot\sin(2x)\,dx$$

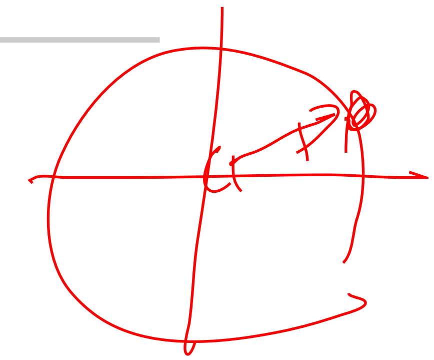
$$= 0$$



$$\int_{x=0}^{2\pi} (\cos x)(\cos x)\,dx = \pi$$



Fourier-Analyse für allgemeine Periode

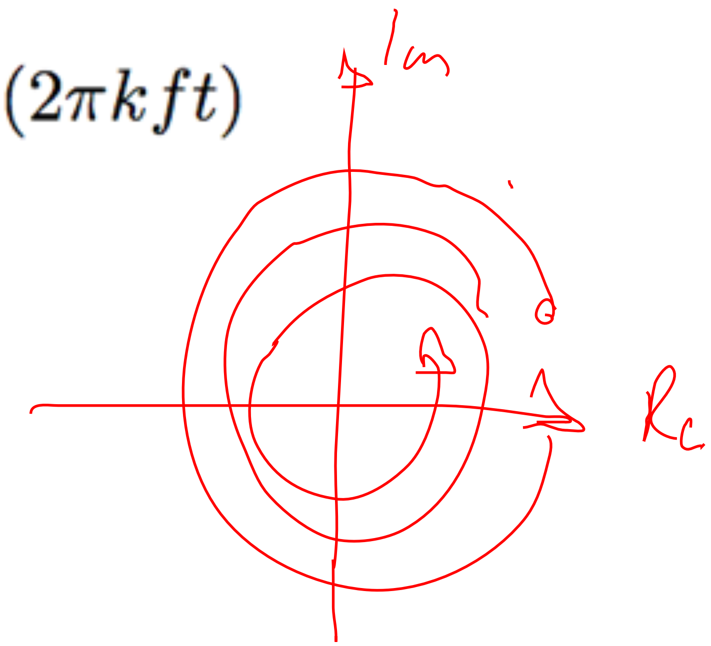


- Der Satz von Fourier für Periode T=1/f:
  - Die Koeffizienten c, a_n, b_n ergeben sich dann wie folgt

$$g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(2\pi k f t) + b_k \sin(2\pi k f t)$$

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cos(2\pi n f t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \sin(2\pi n f t) dt$$

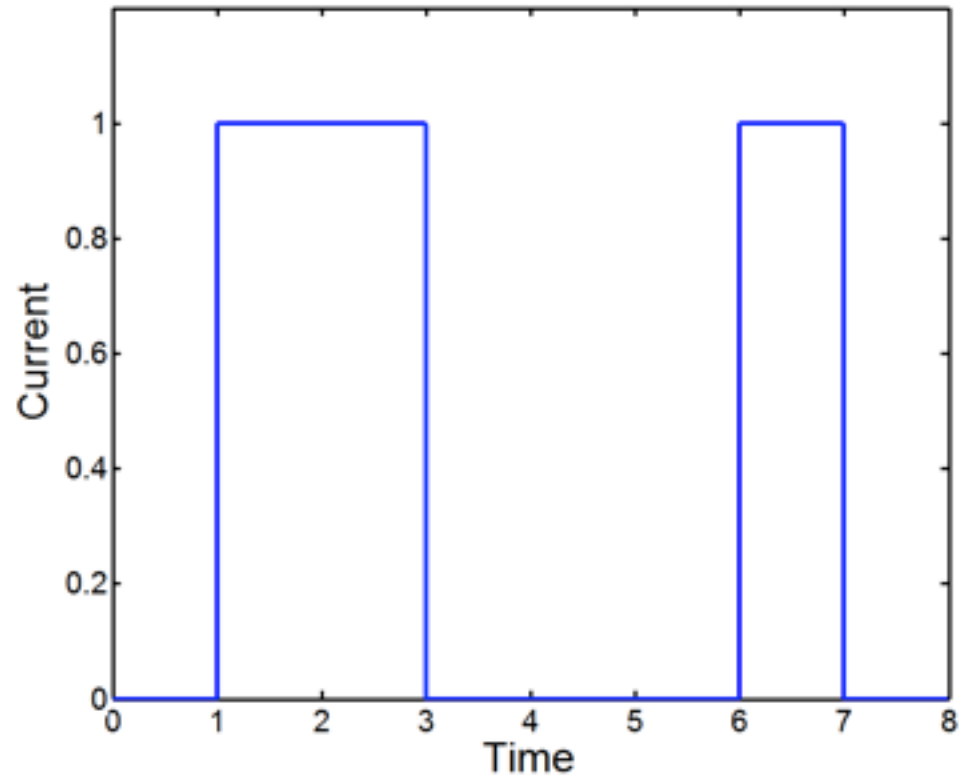


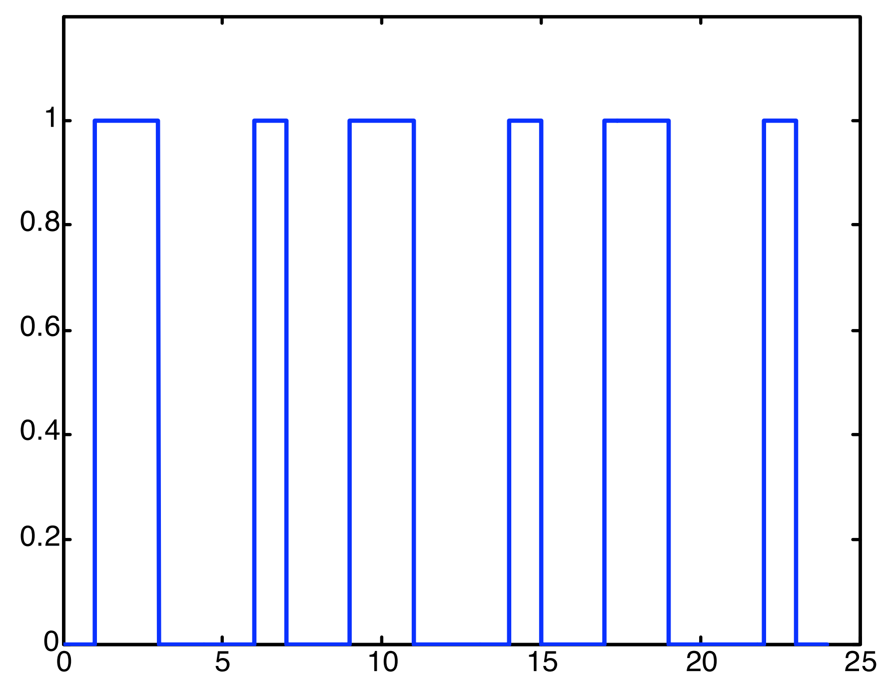
- Die Quadratsumme der k-ten Terme ist proportional zu der Energie, die in dieser Frequenz verbraucht wird:

$$(a_k)^2 + (b_k)^2$$

Anwendung der Fourier-Analyse

- Problem:
  - Signal ist nicht periodisch
- Lösung:
  - Wiederholung des Signals mit Periode 8

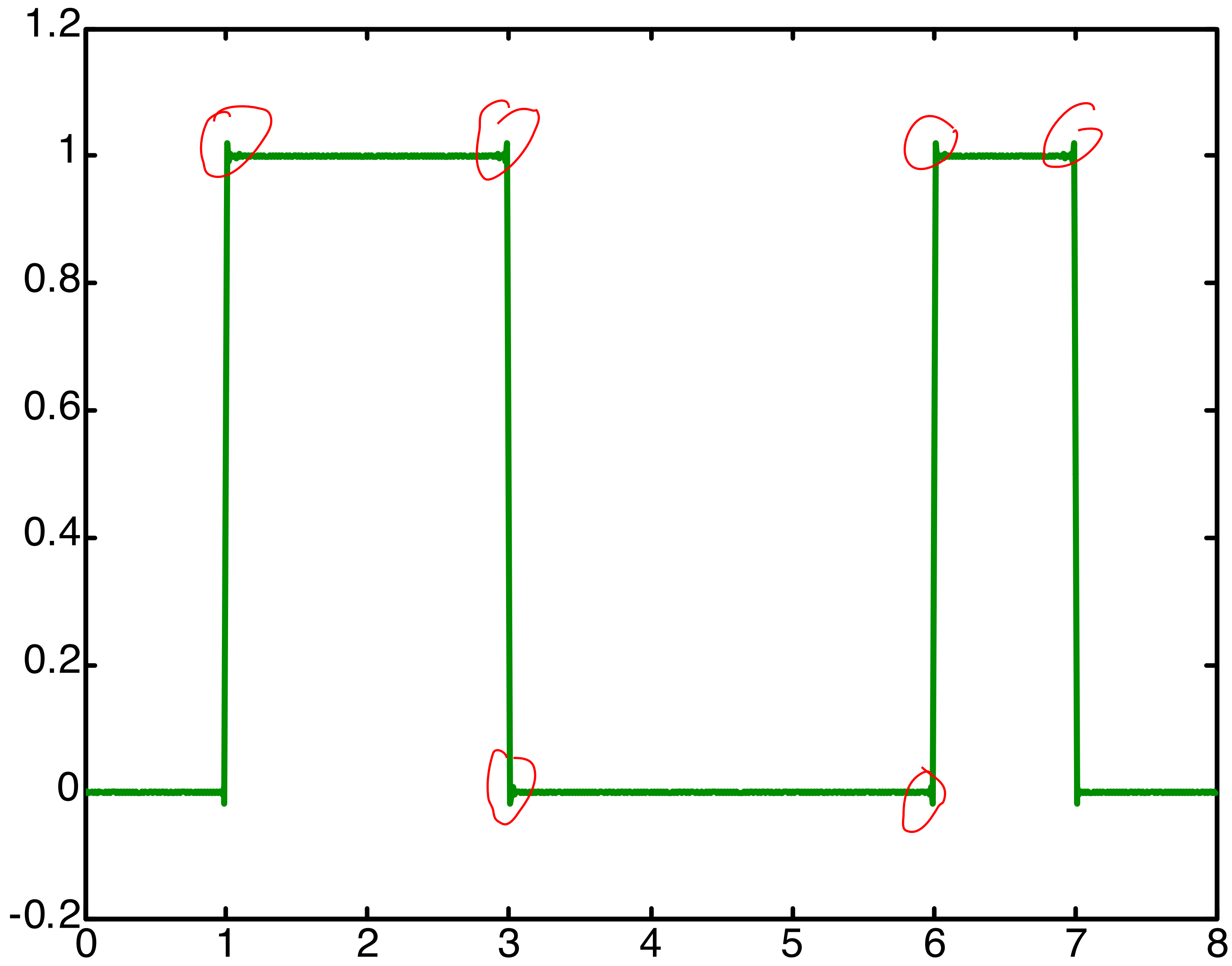




(aus Vorlesung von Holger Karl)

Anwendung der Fourier-Analyse

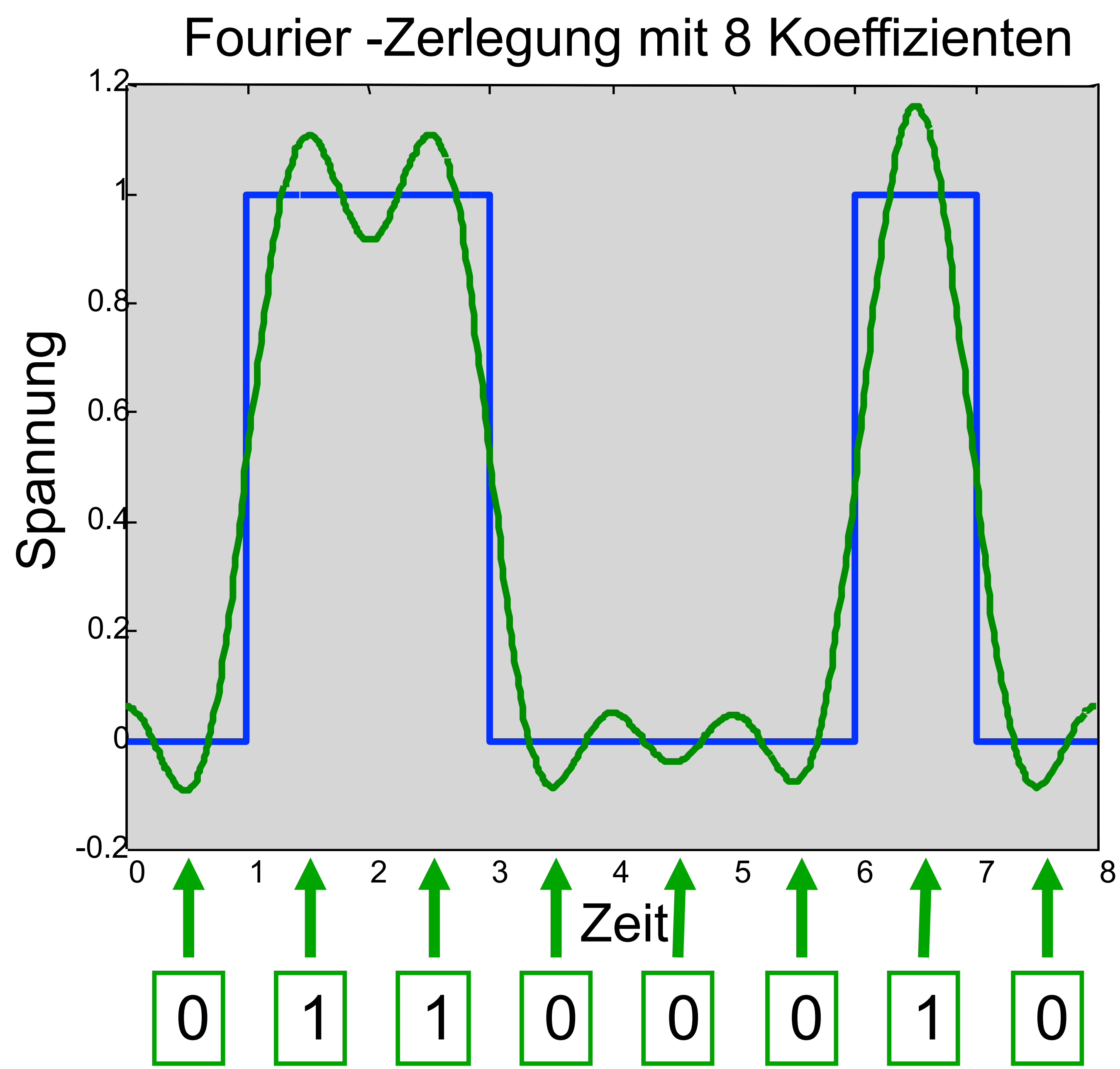
- Fourier-Analyse mit 512 Termen:



(aus Vorlesung von Holger Karl)

Wie oft muss man messen?

- Wie viele Messwerte sind notwendig, um eine Fouriertransformation bis zur k.-ten Komponenten genau zu bestimmen?
- Nyquist-Shannon-Abtasttheorem
  - Um ein kontinuierliches bandbegrenztes Signal mit einer Maximalfrequenz f_{max} zu rekonstruieren, braucht man mindestens eine Abtastfrequenz von $2\ f_{max}$.



Systeme II

2. Die physikalische Schicht

Christian Schindelhauer
Technische Fakultät
Rechnernetze und Telematik
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

Version 29.04.2014