

Übungen zur Vorlesung  
**Informatik-III**  
 Winter 2006/2007  
 Blatt 14 und letztes Übungsblatt

**AUFGABE 51:**

Betrachten Sie das Zwei-Personen-Spiel NIM. Im Spielbrett befinden sich  $k$  Reihen von  $x_1, \dots, x_k$  Steinen (natürlich ist  $x_i \in \mathbb{N}_0$ ). Abwechselnd wählt jeder Spieler eine Reihe  $j$  mit  $x_j > 0$  und entnimmt beliebig viele Steine, aber mindestens einen. Gewonnen hat der Spieler, der den letzten Zug ausführen kann.

Betrachten Sie die Sprache

$$\text{NIM}_k := \{ \bullet^{x_1} \# \bullet^{x_2} \# \dots \# \bullet^{x_k} \mid (x_1, \dots, x_k) \text{ ist eine Gewinnstellung für den ersten Spieler} \} .$$

1. Zeichnen Sie den Spielbaum für die Startposition  $\bullet \# \bullet \bullet \bullet \# \bullet$ . Wer gewinnt?
2. Geben Sie (quantifizierte) Prädikate für  $\bullet^{x_1} \# \bullet^{x_2} \# \dots \# \bullet^{x_k} \in \text{NIM}_k$  mit  $k = \{1, 2, 3, 4\}$  an.
3. Zeigen Sie, dass  $\text{NIM}_k$  in  $\mathcal{PSPACE}$  ist.
4. Betrachten Sie nun die Variante NIM-NICHT-7, in der man nicht mehr beliebige Anzahlen von Steinen entfernen darf, sondern nur noch eine Anzahl, die nicht durch sieben teilbar ist und in deren Dezimaldarstellung keine sieben vorkommt.

Zeigen Sie, dass  $\bigcup_k \text{NIM-NICHT-7}_k$  in  $\mathcal{PSPACE}$  ist.

**AUFGABE 52:**

Sei  $L$  eine Sprache über dem Alphabet  $\Sigma$ .

$$\text{DOPPEL}(L) := \{ww \mid w \in L\} .$$

Für welche  $i \in \{0, 1, 2, 3\}$  gilt: Wenn  $L$  eine Chomski- $i$ -Sprache ist, so auch  $\text{DOPPEL}(L)$  eine Chomski- $i$ -Sprache. Beweisen Sie Ihre Aussagen.

**AUFGABE 53:**

Sei  $L$  eine Sprache über dem Alphabet  $\Sigma$ .

$$\text{REV}(L) := \{w^R \mid w \in L\} ,$$

d.h.  $\text{REV}(L)$  besteht aus den Wörtern von  $L$  in umgekehrter Buchstabenfolge.

Für welche  $i \in \{0, 1, 2, 3\}$  gilt: Wenn  $L$  eine Chomski- $i$ -Sprache ist, so auch  $\text{REV}(L)$  eine Chomski- $i$ -Sprache. Beweisen Sie Ihre Aussagen.