ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Algorithmen für drahtlose Netzwerke

Drahtlose Sensornetze: Sensorabdeckung

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

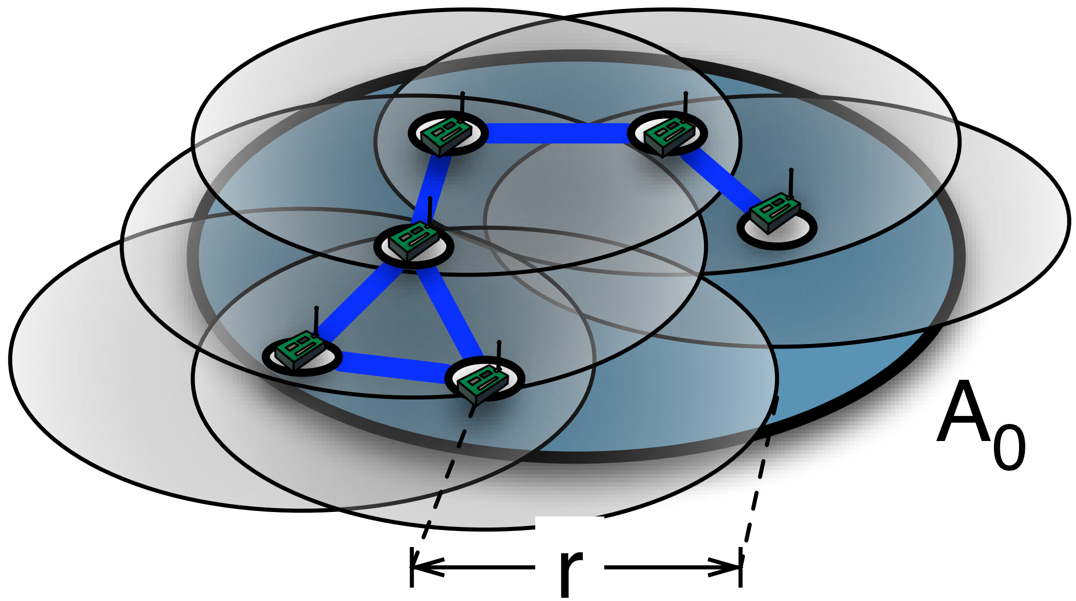
CoNe Freiburg

IIF
INSTITUT FÜR
INFORMATIK
FREIBURG

Literatur

- **Handbook on Theoretical and Algorithmic Aspects of Sensor, Ad Hoc Wireless and Peer-to-Peer-Networks (Editor: Jie Wu)**
  - Kapitel 27: Models and Algorithms for Coverage Problems in Wireless Sensor Networks

Sensorabdeckung

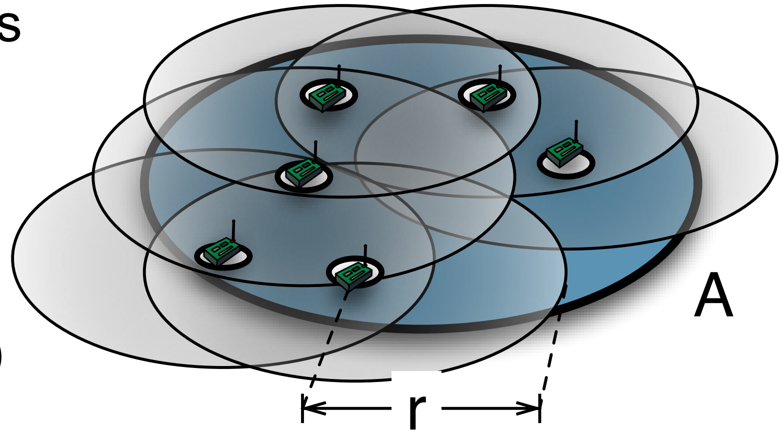


Sensor-Abdeckung

- **Problemstellung**
  - Gegeben ein Gebiet
  - Decke das Gebiet mit der kleinstmöglichen Menge an Sensorknoten ab
- **Varianten:**
  - Circle Covering
    - 2-dimensionale Fläche, Sensorabdeckung ist durch Kreise gegeben
  - Art Gallery Problem
    - Verwinkelter Raum: Sensorabdeckung durch Sichtlinie und Winkel
    - z.B. Kameraüberwachung
  - beliebig komplexere Varianten denkbar

Random Circle Covering

- **Naiver Ansatz**
  - Gegeben ein Quadrat der Fläche A
  - Wie viele zufällig positionierte Sensoren mit Abdeckung des Einheintskreises decken das Quadrat ab?
- **Naive Überlegung**
  - Fläche des Einheitskreises: $r^2\pi$
  - Anzahl der benötigten Sensoren: $n = A/(r^2\pi)$
- **Intuition**
  - $O(A/r^2)$ sollte ausreichen
- **Aber: Intuition ist falsch!**



Random Circle Covering

- **Naiver Ansatz**
  - Gegeben ein Quadrat der Fläche A
  - Wie viele zufällig positionierte Sensoren mit Abdeckung des Einheintskreises decken das Quadrat ab?
- **Theorem**
  - Seit $n=A/(r^2\pi)$
  - Zur Abdeckung eines solchen Quadrats werden erwartungsgemäß asymptotisch $\Theta(n \log n)$ Sensoren benötigt.

Random Circle Covering

- **Theorem**
  - Seit $n=A/(r^2\pi)$: Zur Abdeckung eines solchen Quadrats werden erwartungsgemäß asymptotisch $\Theta(n \log n)$ Sensoren benötigt.
- **Beweisidee (untere Schranke):**
  - Die Wahrscheinlichkeit, dass einer von n Punkten durch einen Sensor nicht abgedeckt wird, ist mindestens
    $$1-r^2\pi/A = 1-1/n$$
  - Die Wahrscheinlichkeit, dass 1/2 n log n Sensoren diesen Punkt **nicht** abdecken ist daher:

$$\left(1-\frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{2}n\log n} \geq \left(\frac{1}{4}\right)^{\frac{1}{2}\log n} = \frac{1}{n}$$

  - Damit wird erwartungsgemäß ein Punkt nicht abgedeckt

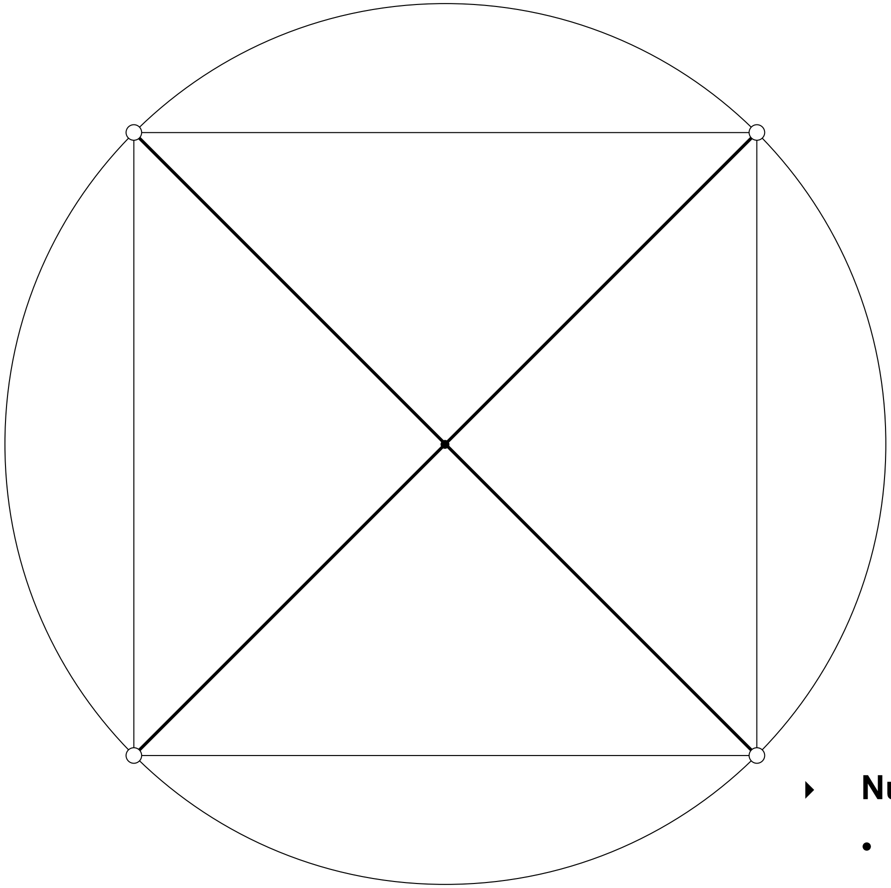
Random Circle Covering

- **Theorem**
  - Seit $n=A/\pi$: Zur Abdeckung eines solchen Quadrats werden erwartungsgemäß asymptotisch $\Theta(n \log n)$ Sensoren benötigt.
- **Beweisidee (obere Schranke):**
  - Mit $c\, n \log n$ Sensoren wird jedes Quadrat der Größe $n^{-1/2} \times n^{-1/2}$ mit Wahrscheinlichkeit $1-n^{-k}$ abgedeckt
    - Konstante k steigt linear mit c
  - Dann wird das gesamte Quadrat mit hoher Wahrscheinlichkeit $1-n^{-k+1}$ abgedeckt

Optimale deterministische Schranke

- **Nurmela, Östergard**
  - Covering a square with up to 30 equal circles (Teknillisen korkeakoulun tietojenkäsittelyteorian laboratorion tutkimusraportti 62, HUT-TCS-A62, Helsinki University of Technology, 2000)
- **Wieviele Kreise überdecken im optimalen Fall ein Quadrat?**
  - Allgemeine optimale Lösung selbst für kleine Anzahl von Kreisen unbekannt
  - Verbessern bisherige Lösungen durch quasi-Newton-Methode

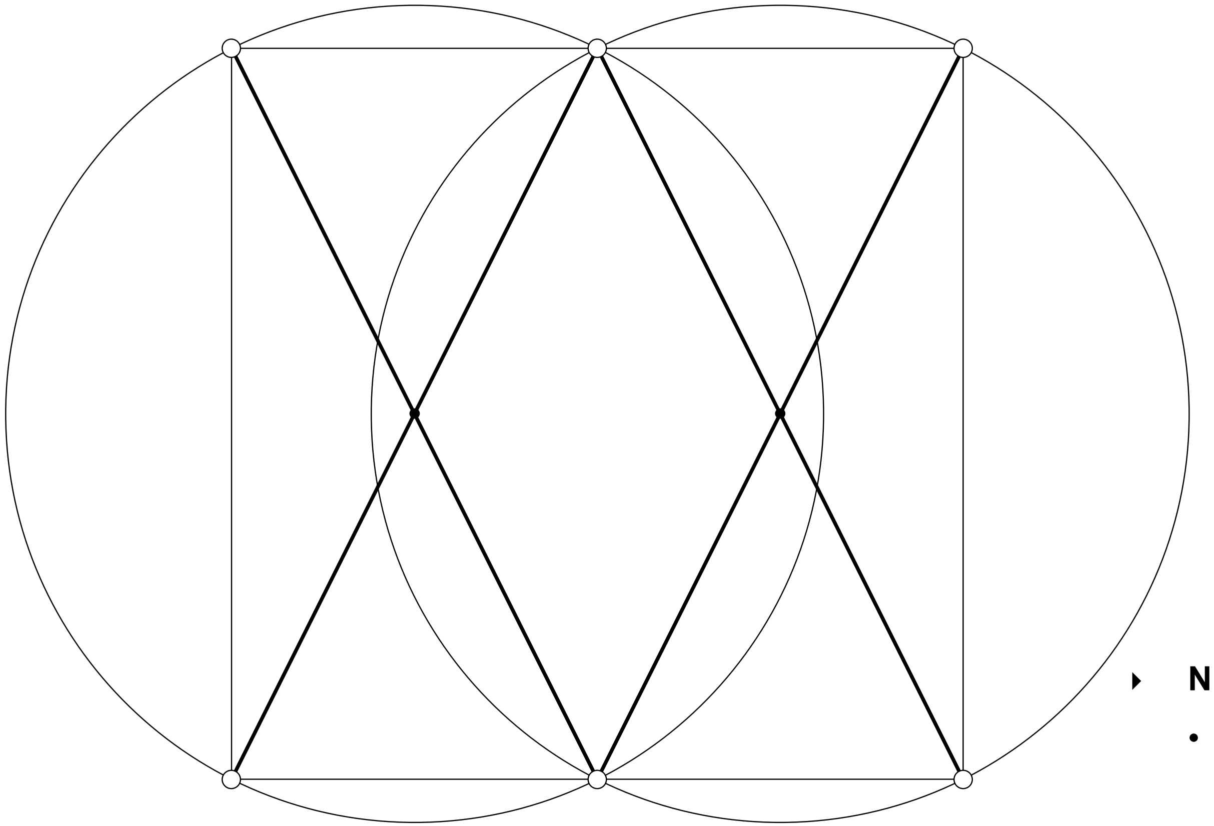
Kreisüberdeckung



$$n = 1$$

- **Nurmela, Östergard**
  - Covering a square with up to 30 equal circles (Teknillisen korkeakoulun tietojenkäsittelyteoria laboratorion tutkimusraportti 62, HUT-TCS-A62, Helsinki University of Technology, 2000)

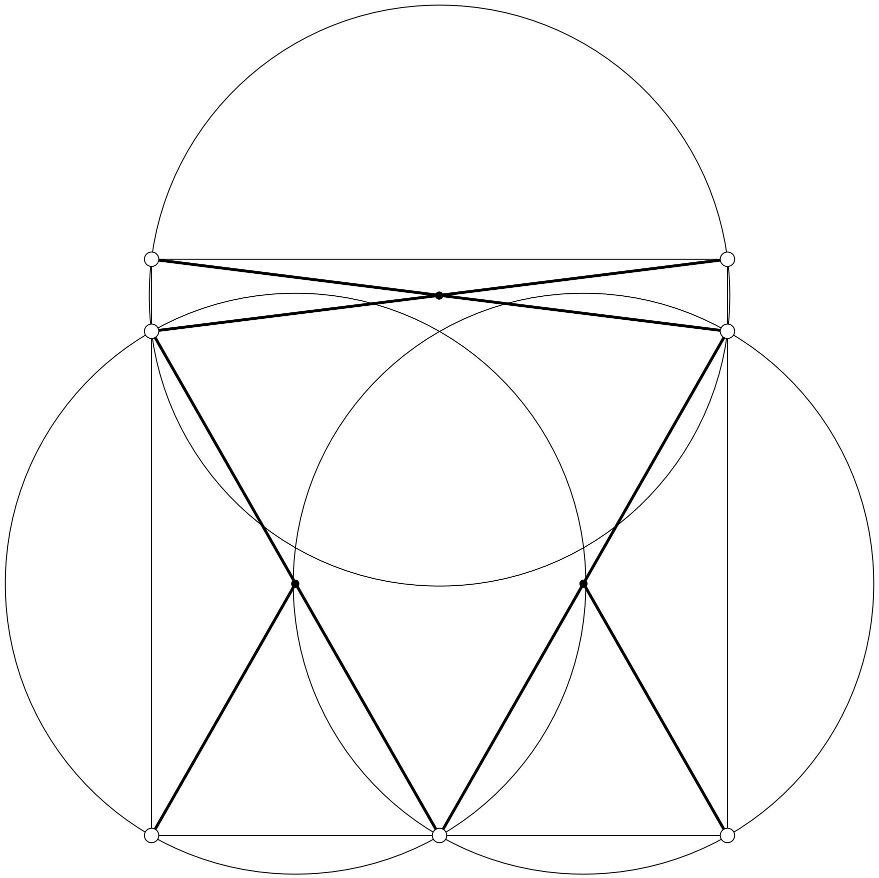
Kreisüberdeckung



$$n = 2$$

- **Nurmela, Östergard**
  - Covering a square with up to 30 equal circles (Teknillisen korkeakoulun tietojenkäsittelyteoria laboratorion tutkimusraportti 62, HUT-TCS-A62, Helsinki University of Technology, 2000)

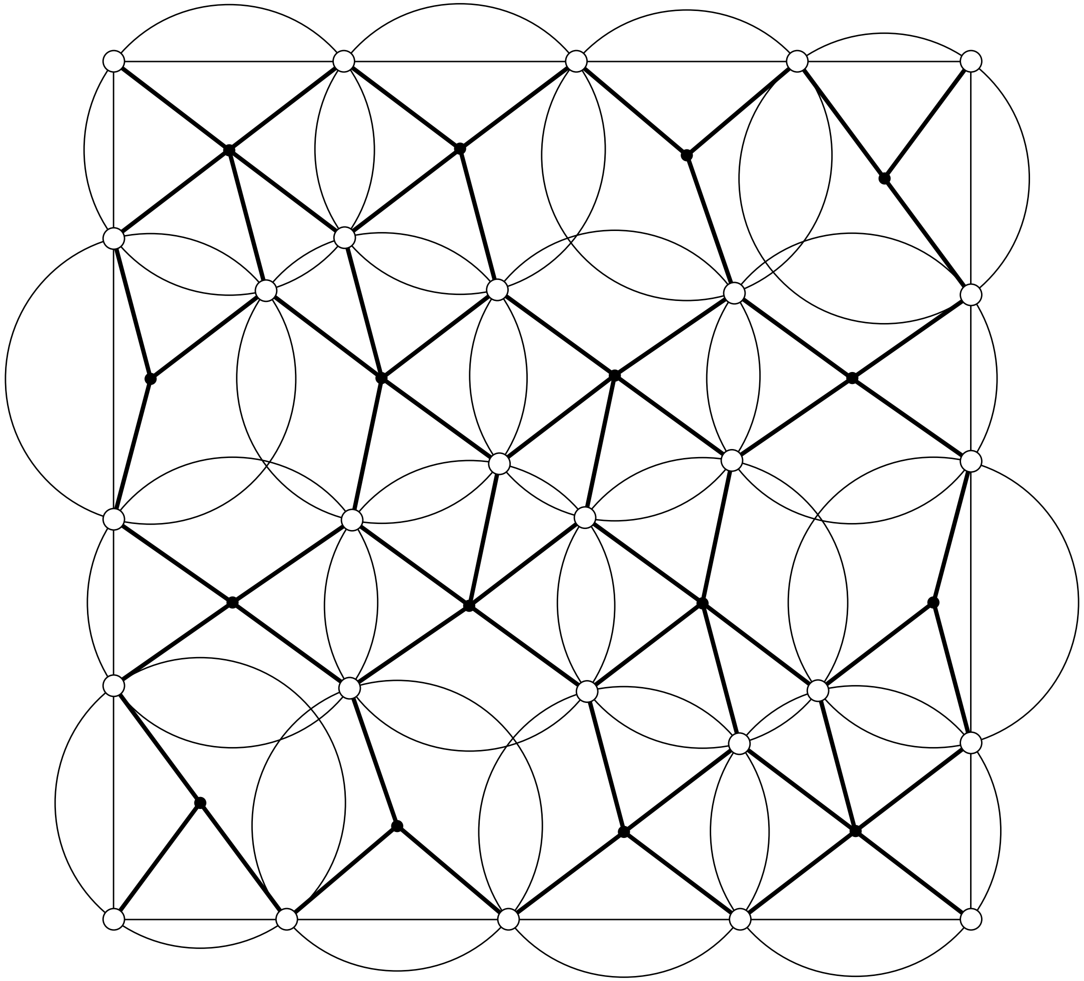
Kreisüberdeckung



$n = 3$

- **Nurmela, Östergard**
  - Covering a square with up to 30 equal circles (Teknillisen korkeakoulun tietojenkäsittelyteoria laboratorion tutkimusraportti 62, HUT-TCS-A62, Helsinki University of Technology, 2000)

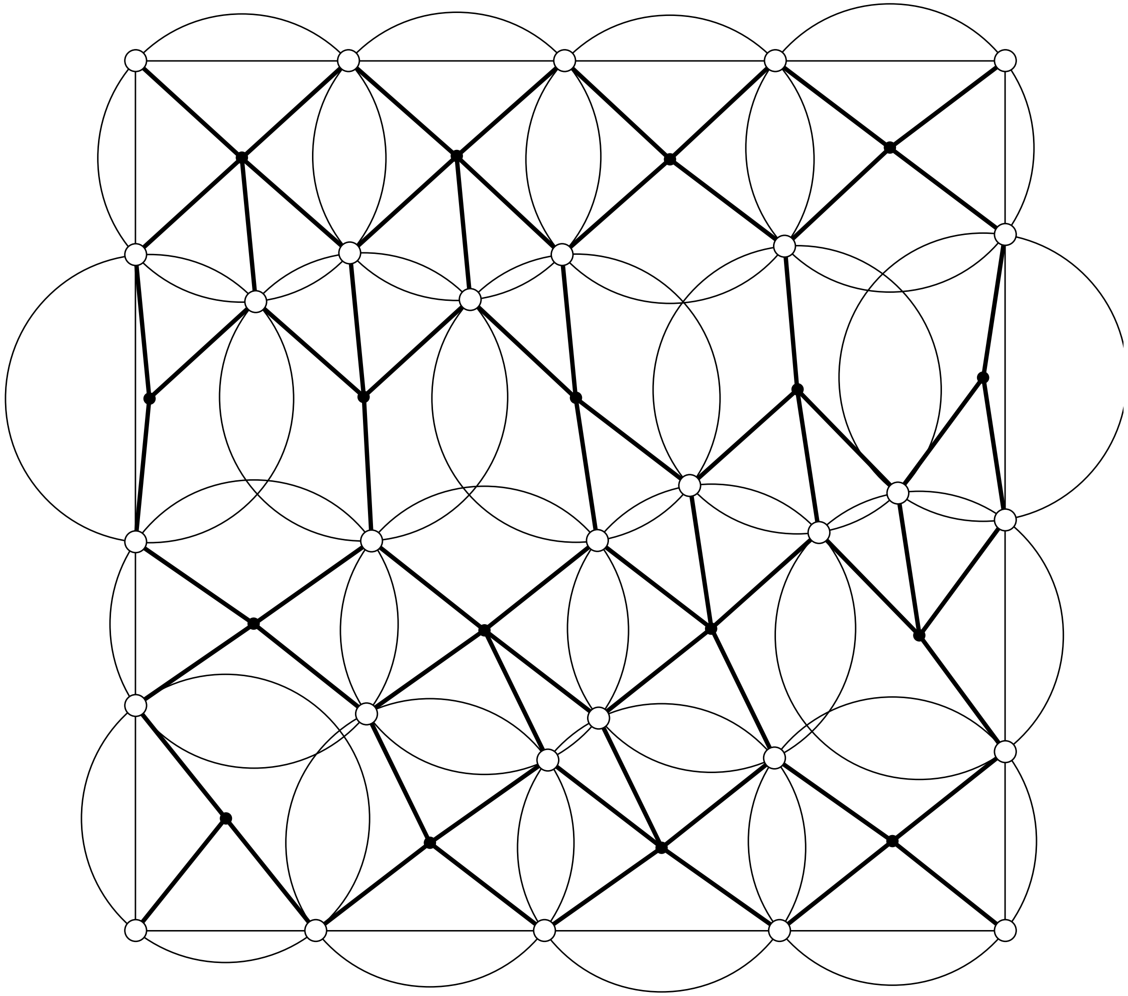
Kreisüberdeckung



$$n = 16$$

- **Nurmela, Östergard**
  - Covering a square with up to 30 equal circles (Teknillisen korkeakoulun tietojenkäsittelyteoria laboratorion tutkimusraportti 62, HUT-TCS-A62, Helsinki University of Technology, 2000)

Kreisüberdeckung



$n = 17$

- **Nurmela, Östergard**
  - Covering a square with up to 30 equal circles (Teknillisen korkeakoulun tietojenkäsittelyteoria laboratorion tutkimusraportti 62, HUT-TCS-A62, Helsinki University of Technology, 2000)

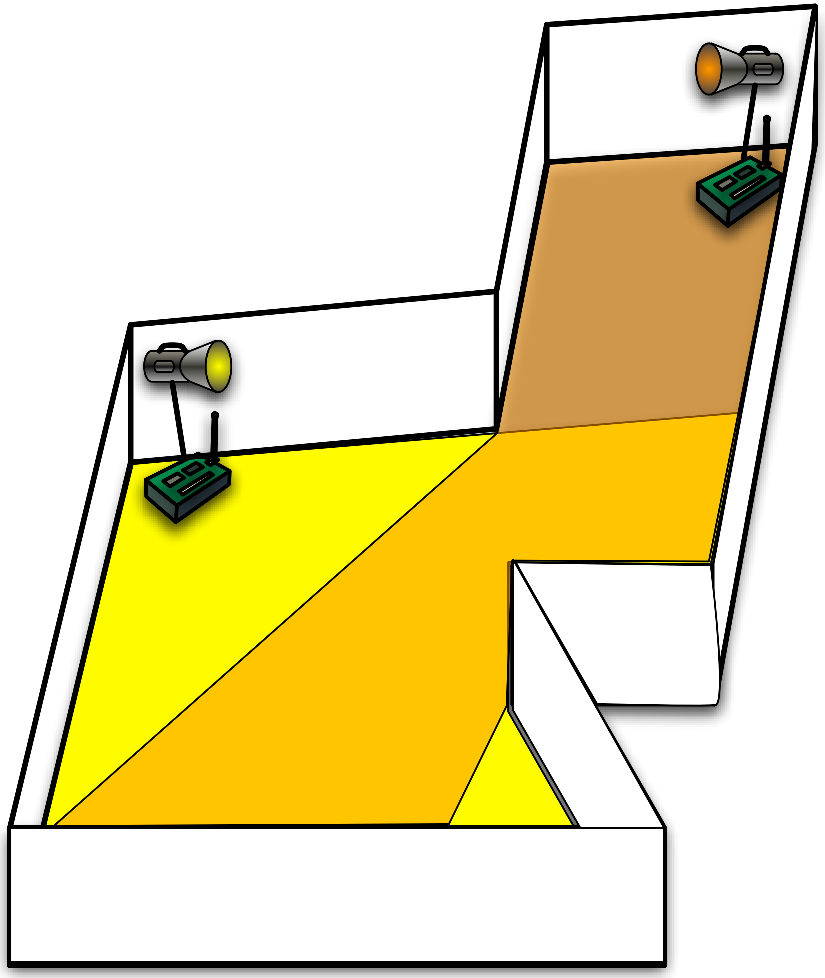
Kreisüberdeckung

n	r_n	G	n	r_n	G
1	0.707106781186547524 40...	D_4	16	0.169427051598116023 95...	C_2
2	0.559016994374947424 10...	D_2	17	0.165680929570774725 38...	C_1
3	0.503891109268659353 27...	D_1	18	0.160639663597154535 23...	D_1
4	0.353553390593273762 20...	D_4	19	0.157841981746673756 75...	C_1
5	0.326160584003987280 86...	D_1	20	0.152246811233380310 05...	D_1
6	0.298727062236919158 76...	C_2	21	0.148953789551099321 88...	C_1
7	0.274291885177431765 08...	D_2	22	0.143693177121688000 49...	D_2
8	0.260300105886524943 67...	D_2	23	0.141244822387931359 51...	D_2
9	0.230636927819547907 34...	D_1	24	0.138302883282697676 97...	C_1
10	0.218233512793083843 00...	D_2	25	0.133548706560770496 93...	D_1
11	0.212516016493183845 87...	D_2	26	0.131764875614825964 63...	C_1
12	0.202275889208180080 37...	C_2	27	0.128633534503099668 07...	D_2
13	0.194312371431719028 78...	C_1	28	0.127317553465613721 47...	D_2
14	0.185510547260418641 07...	D_1	29	0.125553507964113533 17...	C_1
15	0.179661759933332198 46...	C_1	30	0.122036868819448736 07...	C_2

- **Nurmela, Östergard**
  - Covering a square with up to 30 equal circles (Teknillisen korkeakoulun tietojenkäsittelyteorian laboratorion tutkimusraportti 62, HUT-TCS-A62, Helsinki University of Technology, 2000)

Art Gallery Problem

- **Gegeben:**
  - ein (verwinkelter) Raum
- **Gesucht**
  - Minimale Anzahl von Kameras und deren Platzierung
  - so dass der gesamte Raum abgedeckt wird
- **Ergebnisse**
  - Jeder Raum mit n Kanten kann durch n/3 Kameras überwacht werden
  - Das Problem ist im allgemeinen NP-schwierig
    - schon im zwei-dimensionalen Fall
  - Approximation mit Güte O(log n) ist möglich



ALBERT-LUDWIGS-
UNIVERSITÄT FREIBURG

Algorithmen für drahtlose Netzwerke

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg
Institut für Informatik
Rechnernetze und Telematik
Prof. Dr. Christian Schindelhauer

CoNe Freiburg

IIF
INSTITUT FÜR INFORMATIK FREIBURG