Lösungen zur Übung

Informatik-III

Wintersemester 2007/2008

Blatt 6

Aufgabe 18 (1 Punkt für schriftliche Lösung)

Geben Sie jeweils die Turingmaschine an, die für die Eingabe $a^u\#b^v$ für $u,v\in\{0,1,2,\ldots\}$ die Ausgabe

1.
$$c^{u+v} = \underbrace{ccc \dots c}_{u+v}$$

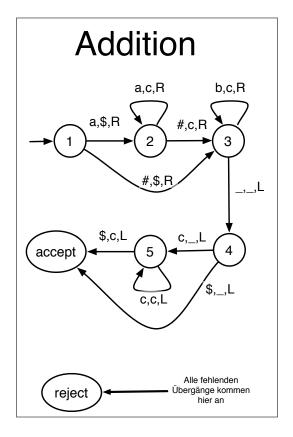
$$2. c^{u \cdot v} = \underbrace{ccc \dots c}_{u \cdot v}$$

3.
$$c^{u^v} = \underbrace{ccccc \dots c}_{u^v} = \underbrace{ccccc \dots c}_{\underbrace{u \cdot u \cdot \dots \cdot u}_{v}}$$

auf das Band schreibt und hält.

1. Addition

Die folgende TM löst das Problem der Addition:

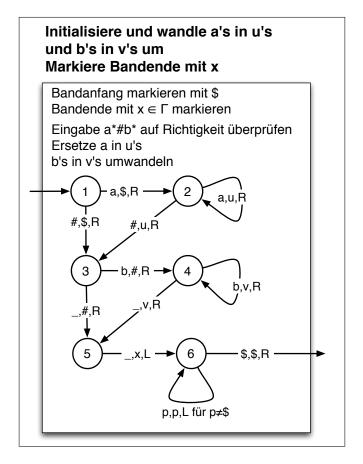


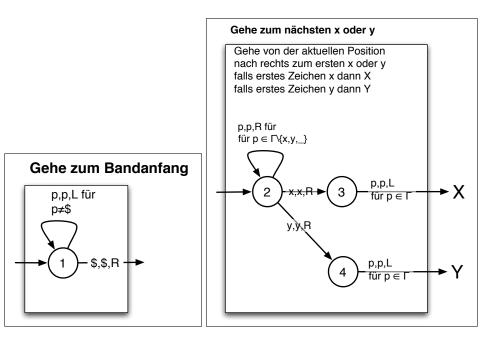
Der Bandanfang wird zuerst mit \$ markiert und dann alle Buchstaben a, b und # durch c ersetzt (Zustände 1-3). Sobald das Bandende gefunden worden ist, wird ein c gelöscht und zum Bandanfang gespult. Dort wird das \$ durch ein c ersetzt, falls mindestens ein a oder b in der Eingabe standen, ansonsten wird es gelöscht.

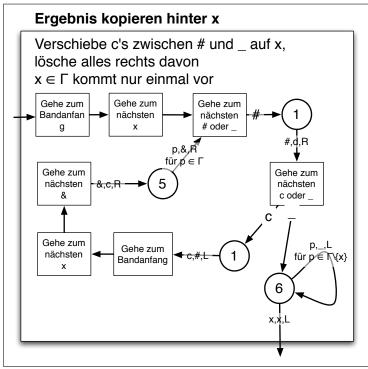
Somit berechnet die TM in linearer Zeit die unäre Addition, falls das Eingabeformat korrekt war. Ansonsten verwirft die Turing-Maschine.

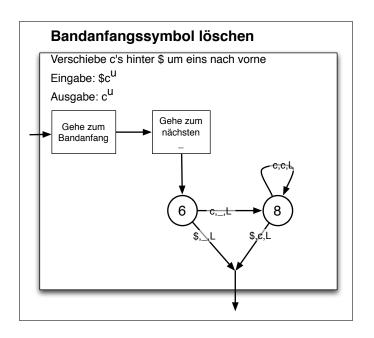
2. Multiplikation

Für die Multiplikation werden folgende Hilfsprogramme benutzt. Diese werden als Makros in das Turing-Programm hineinkopiert. Dadurch ist es möglich strukturiert die Turing-Maschine zu beschreiben.

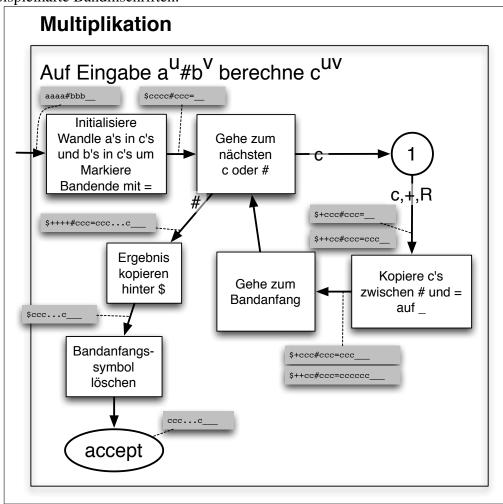








Die resultierende Turing-Maschine sieht dann wie folgt aus. Im grauen Text findet man beispielhafte Bandinschriften.



3. Potenzierung

Unter Verwendung der oben dargestellten Makros kann man auch die Potenzierung darstellen. Für den Fall, dass die Eingabe u=v=0 vorliegt, wird die TM ablehnen (genauso gut kann man aber auch 1 ausgeben, da mitunter $0^0=1$ definiert wird).

Die resultierende Turing-Maschine sieht dann wie folgt aus. Im grauen Text findet man beispielhafte Bandinschriften.

