

Lösung zur Übung  
**Informatik-III**  
 Wintersemester 2007/2008  
 Blatt 12

**Aufgabe 43 (1 Punkt für schriftliche Lösung)**

Gegeben sind die Sprache SUBSETSUM und PARTITION.

$$\text{SUBSETSUM} = \left\{ a_1, \dots, a_n, b \mid a_i, b \in \mathbb{N}, \exists S \subseteq \{1, \dots, n\} : \sum_{i \in S} a_i = b \right\}$$

$$\text{PARTITION} = \left\{ a_1, \dots, a_n \mid a_i \in \mathbb{N}, \exists S \subseteq \{1, \dots, n\} : \sum_{i \in S} a_i = \sum_{i \notin S} a_i \right\}$$

Geben Sie eine Polynomialzeitreduktion von SUBSETSUM nach PARTITION an und beweisen Sie die Korrektheit.

**Lösung:**

SUBSETSUM  $\leq_{m,p}$  PARTITION:

$\omega \in \text{SUBSETSUM} \Leftrightarrow f(\omega) \in \text{PARTITION}$

$f$ :

- Auf Eingabe  $\omega = (a_1, \dots, a_n, b)$ :
  - Berechne  $A = \sum_{i=1}^n a_i$
  - Berechne  $W = 10 \cdot (\sum_{i=1}^n a_i + b)$  //  $W$  soll eine unverwechselbar große Zahl sein
- Gebe  $(a_1, \dots, a_n, b + W, A - b + W)$  aus.

Die Funktion  $f$  ist in polynomialer Zeit berechenbar, da  $f$  nur Summen berechnet, die in  $O(n)$  berechenbar sind.

**Korrektheit:**

$\Rightarrow$ :

$$\begin{aligned}\omega \in \text{SUBSETSUM} &\Rightarrow f(\omega) \in \text{PARTITION} \\ \sum_{i \in S} a_i = b &\Rightarrow A - b + W + \sum_{i \in S} a_i = b + W + \sum_{i \notin S} a_i \\ &\Rightarrow A - b + W + b = b + W + (A - b) \\ &\Rightarrow 0 = 0\end{aligned}$$

$\Leftarrow$ :

$$\begin{aligned}f(\omega) \in \text{PARTITION} &\Rightarrow \omega \in \text{SUBSETSUM} \\ \sum_{i \in S} a_i = \sum_{i \notin S} a_i &\Rightarrow \overbrace{a_{n+2}}^{A-b+W} + \sum_{i \in S \leq n} a_i = \overbrace{a_{n+1}}^{b+W} + \sum_{i \notin S \leq n} a_i \\ &\Rightarrow A - b + W + b = b + W + (A - b) \\ &\Rightarrow 0 = 0\end{aligned}$$

q.e.d.