



# Systeme II

2. Woche Bitübertragungsschicht

Christian Schindelhauer

Technische Fakultät

Rechnernetze und Telematik

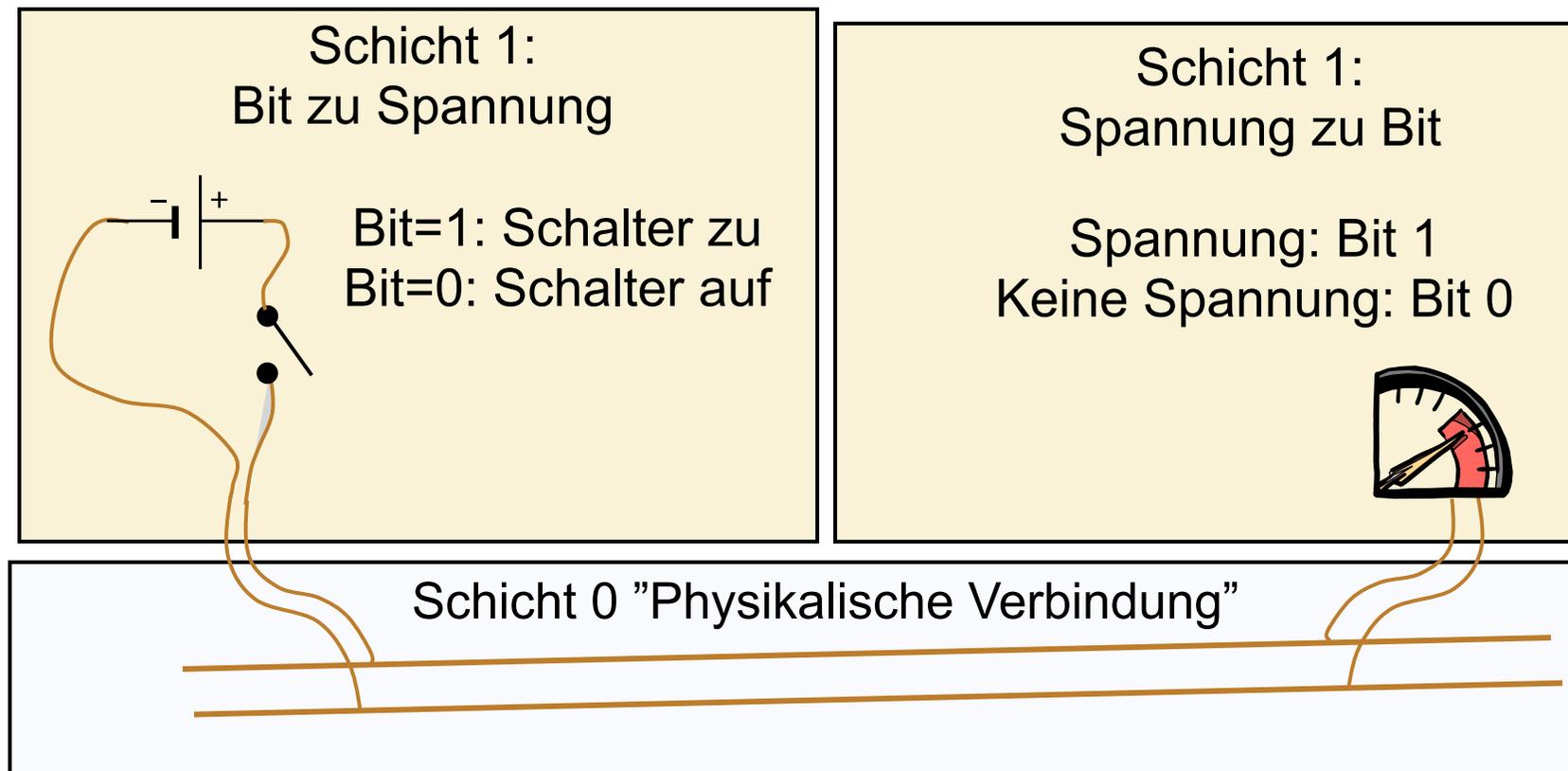
Albert-Ludwigs-Universität Freiburg

- ISO-Definition
  - Die Bitübertragungsschicht definiert
    - mechanische
    - elektrische
    - funktionale und
    - prozedurale
  - Eigenschaften um eine physikalische Verbindung
    - aufzubauen,
    - aufrecht zu erhalten und
    - zu beenden.

- Information
  - Menschliche Interpretation,
    - z.B. schönes Wetter
- Daten
  - Formale Präsentation,
    - z.B. 28 Grad Celsius, Niederschlagsmenge 0cm, Wolkenbedeckung 0%
- Signal
  - Repräsentation von Daten durch physikalische Variablen,
    - z.B. Stromfluss durch Thermosensor, Videosignale aus Kamera
  - Beispiele für Signale:
    - Strom, Spannung
  - In der digitalen Welt repräsentieren Signale Bits

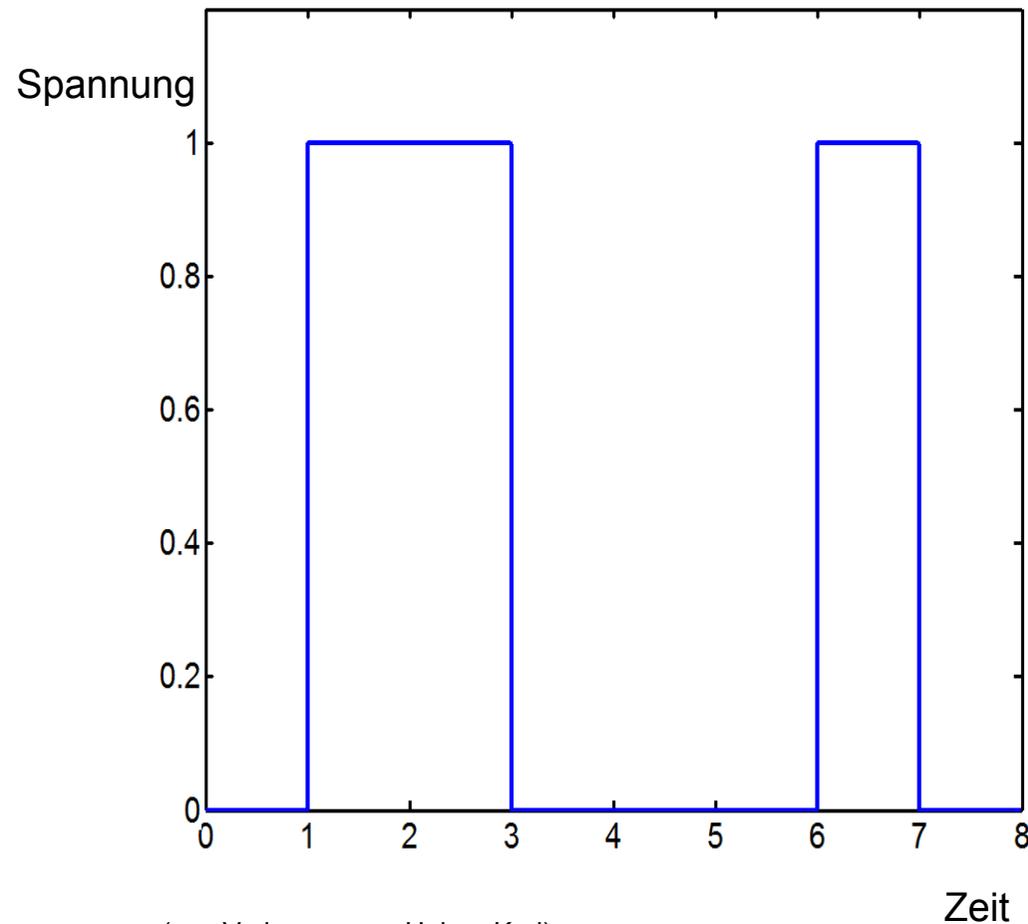
# Die einfachste Bitübertragung

- Bit 1: Strom an
- Bit 0: Strom aus



(aus Vorlesung von Holger Karl)

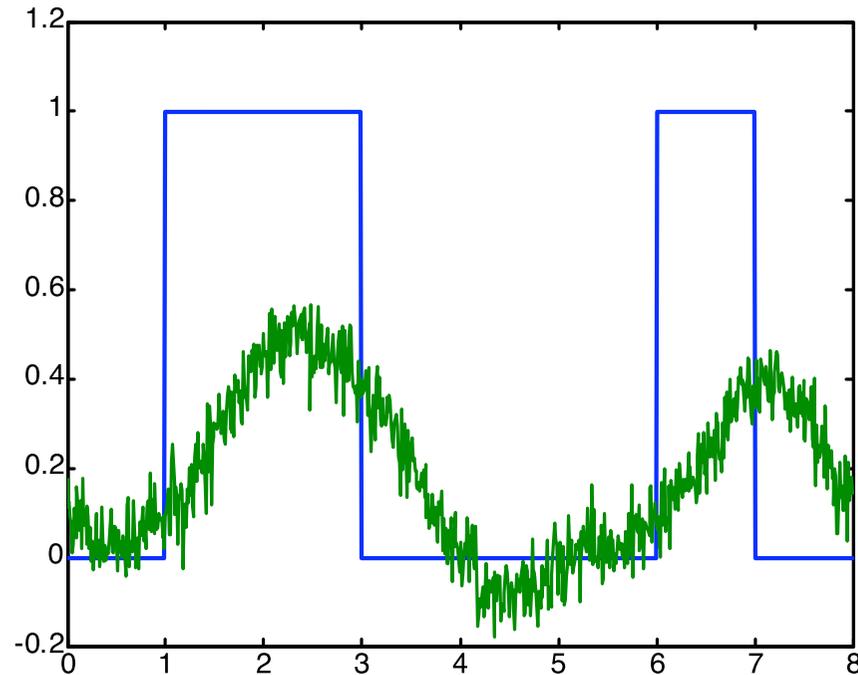
- Zeichen “b” benötigt mehrere Bits
  - z.B. ASCII code of “b” als Binärzahl  
01100010
- Spannungsverlauf:



(aus Vorlesung von Holger Karl)

# Was kommt an?

- Übertrieben schlechter Empfang
- Was passiert hier?



- Bewegte elektrisch geladene Teilchen verursachen elektromagnetische Wellen
  - **Frequenz**
    - $f$  : Anzahl der Oszillationen pro Sekunde
      - Maßeinheit: Hertz
  - **Wellenlänge**
    - $\lambda$ : Distanz (in Metern) zwischen zwei Wellenmaxima
  - Durch Antennen können elektro-magnetische Wellen erzeugt und empfangen werden
  - Die Ausbreitungsgeschwindigkeit von elektro-magnetischen Wellen im Vakuum ist konstant:
    - **Lichtgeschwindigkeit**  $c \approx 3 \cdot 10^8$  m/s
- Zusammenhang:

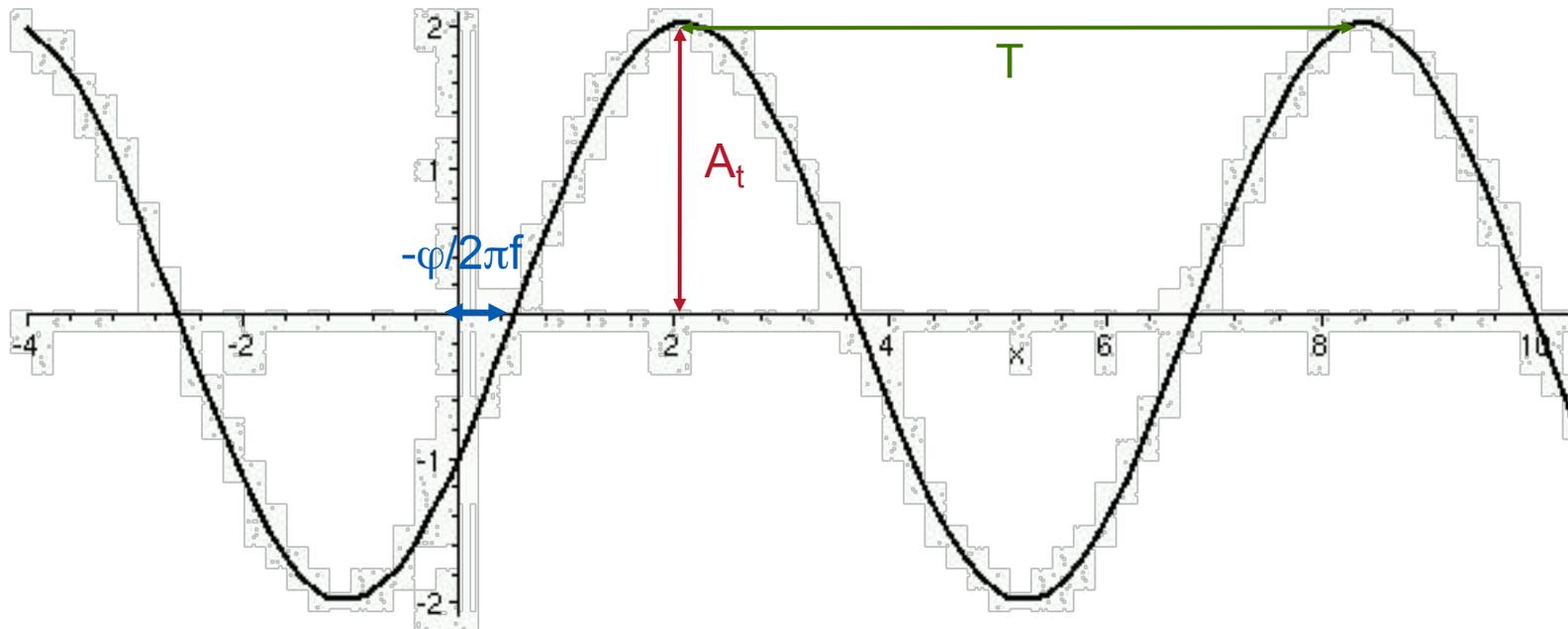
$$\lambda \cdot f = c$$

# Amplitudendarstellung

- Amplitudendarstellung einer Sinusschwingung

$$s(t) = A \sin(2\pi ft + \phi)$$

- A: Amplitude
- $\phi$ : Phasenverschiebung
- f: Frequenz =  $1/T$
- T: Periode



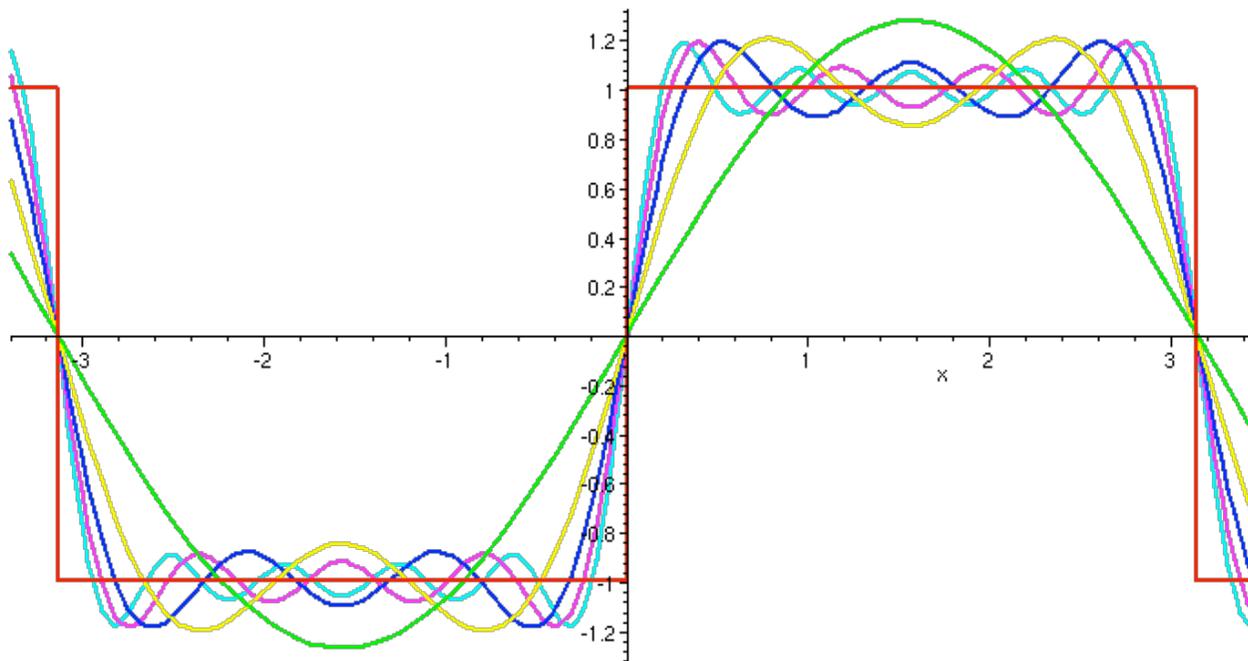
- Fouriertransformation einer periodischen Funktion:
  - Zerlegung in verschiedene
  - Sinus/Cosinus-Funktionen
- Dirichletsche Bedingungen einer periodischen Funktion  $f$ :
  - $f(x) = f(x+2\pi)$
  - $f(x)$  ist in  $(-\pi, \pi)$  in endlich vielen Intervallen stetig und monoton
  - Falls  $f$  nicht stetig in  $x_0$ , dann ist  $f(x_0) = (f(x_0-0) + f(x_0+0))/2$
- Satz von Dirichlet:
  - $f(x)$  genüge in  $(-\pi, \pi)$  den Dirichletschen Bedingungen. Dann existieren Fourierkoeffizienten  $a_0, a_1, a_2, \dots, b_1, b_2, \dots$  so dass gilt:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos kx + b_k \sin kx = f(x) .$$

■ Fouriertransformation einer periodischen Funktion:

- Zerlegung in verschiedene
- Sinus/Cosinus-Funktionen

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^n a_k \cos kx + b_k \sin kx \equiv f(x) .$$



# Berechnung der Fourierkoeffizienten

- Die Fourierkoeffizienten  $a_i$ ,  $b_i$  können wie folgt berechnet werden:

- Für  $k = 0, 1, 2, \dots$

$$a_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \cos kx \, dx$$

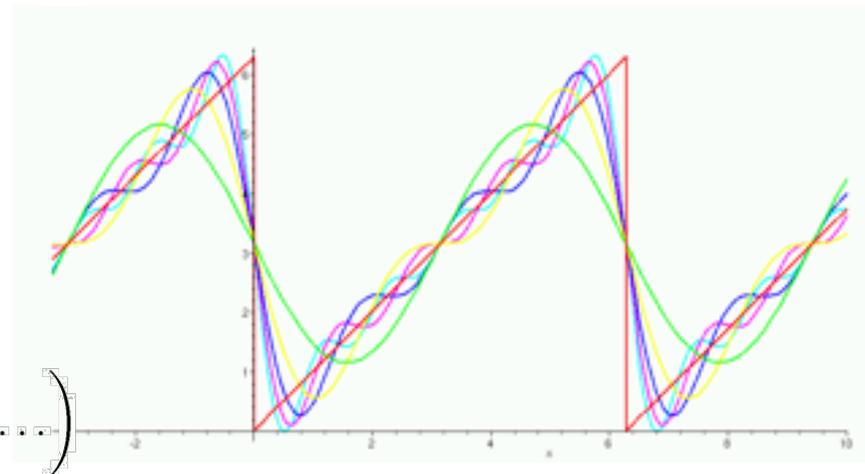
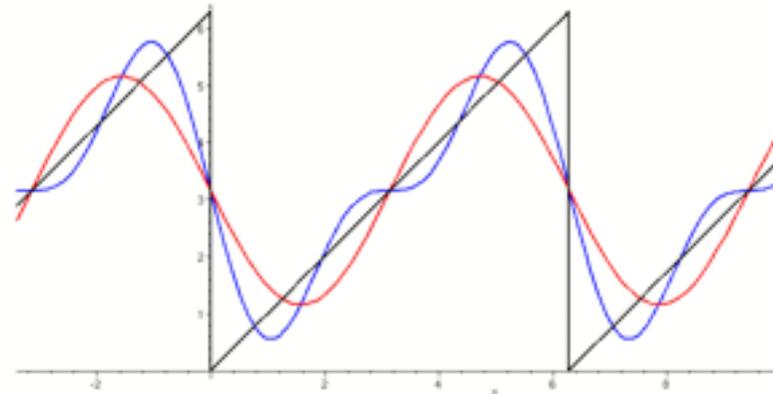
- Für  $k = 1, 2, 3, \dots$

$$b_k = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} f(x) \sin kx \, dx$$

- Beispiel: Sägezahnkurve

$$f(x) = x, \text{ für } 0 < x < 2\pi$$

$$f(x) = \pi - 2 \left( \frac{\sin x}{1} + \frac{\sin 2x}{2} + \frac{\sin 3x}{3} + \dots \right)$$



- Der Satz von Fourier für Periode  $T=1/f$ :
  - Die Koeffizienten  $c$ ,  $a_n$ ,  $b_n$  ergeben sich dann wie folgt

$$g(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k \cos(2\pi k f t) + b_k \sin(2\pi k f t)$$

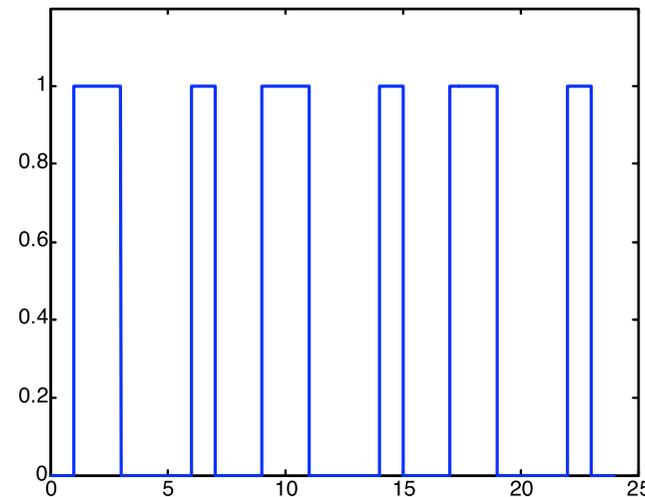
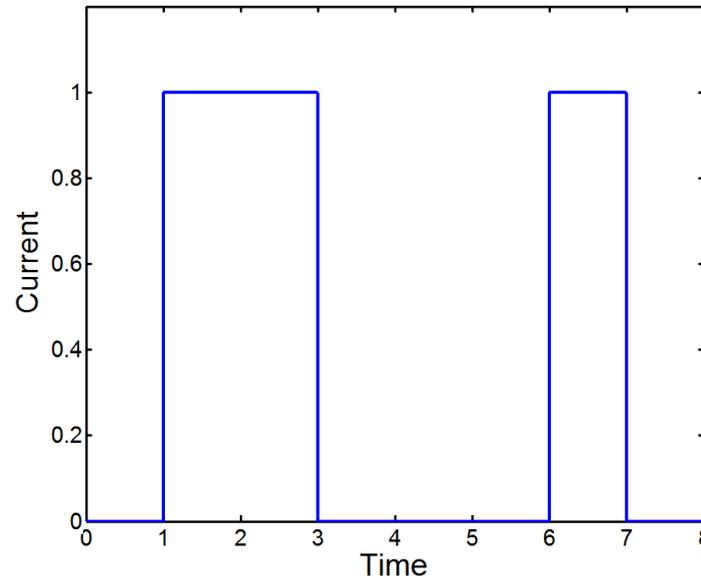
$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \cos(2\pi n f t) dt$$

$$b_k = \frac{2}{T} \int_0^T g(t) \sin(2\pi n f t) dt$$

- Die Quadratsumme der  $k$ -ten Terme ist proportional zu der Energie, die in dieser Frequenz verbraucht wird:

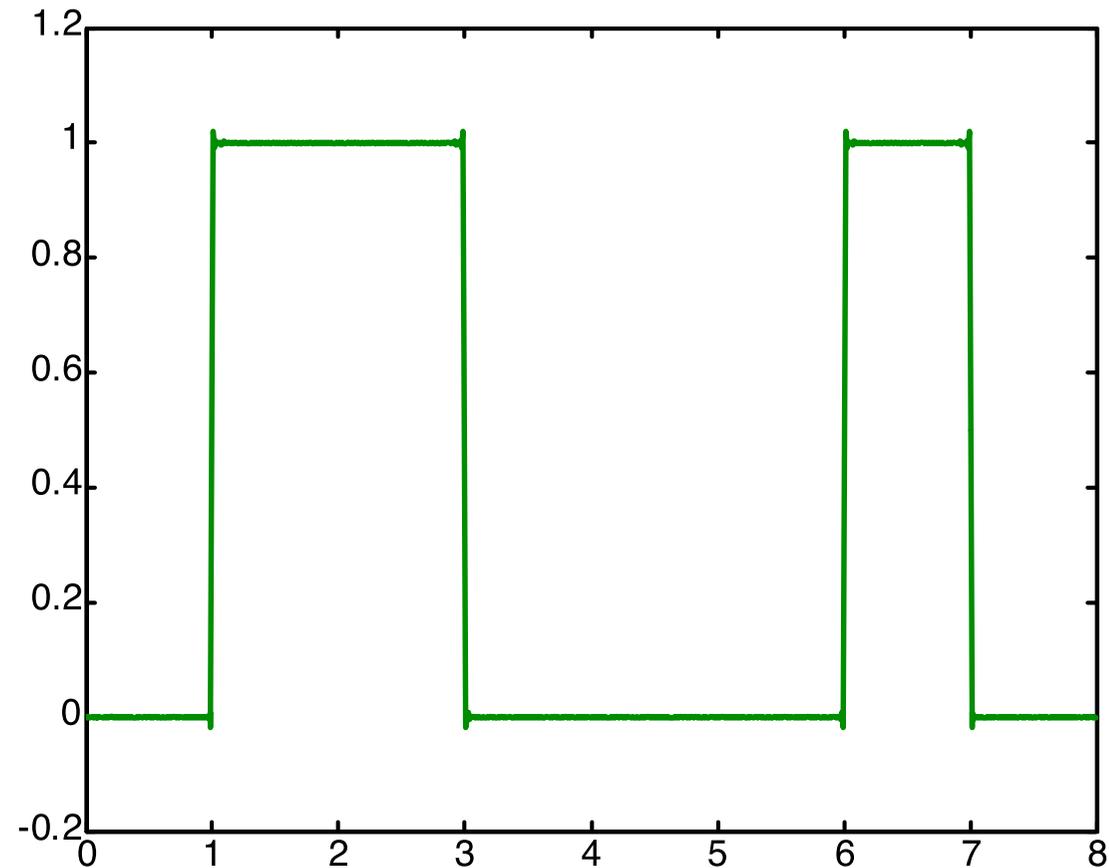
$$(a_k)^2 + (b_k)^2$$

- Problem:
  - Signal ist nicht periodisch
- Lösung:
  - Wiederholung des Signals mit Periode 8



(aus Vorlesung von Holger Karl)

- Fourier-Analyse mit 512 Termen:



(aus Vorlesung von Holger Karl)

# 5 Gründe für den schlechten Empfang

---

1. Allgemeine Dämpfung
2. Frequenzverlust
3. Frequenzabhängige Dämpfung
4. Störung und Verzerrung
5. Rauschen

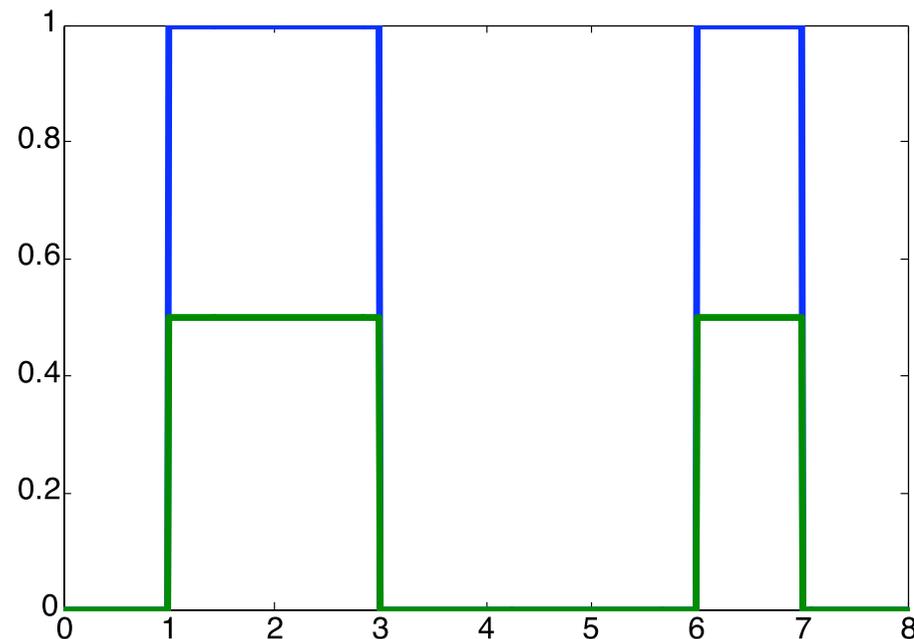
# 1. Signale werden gedämpft

- Dämpfung  $\alpha$  (attenuation)
  - Verhältnis von Sendeenergie  $P_1$  zu Empfangsenergie  $P_0$
  - Bei starker Dämpfung erreicht wenig Energie dem Empfänger
- Dämpfung hängt ab von
  - der Art des Mediums
  - Abstand zwischen Sender und Empfänger
  - ... anderen Faktoren
- Angegeben in deziBel

$$\log_{10} \frac{P_1}{P_0} \quad (\text{in Bel})$$

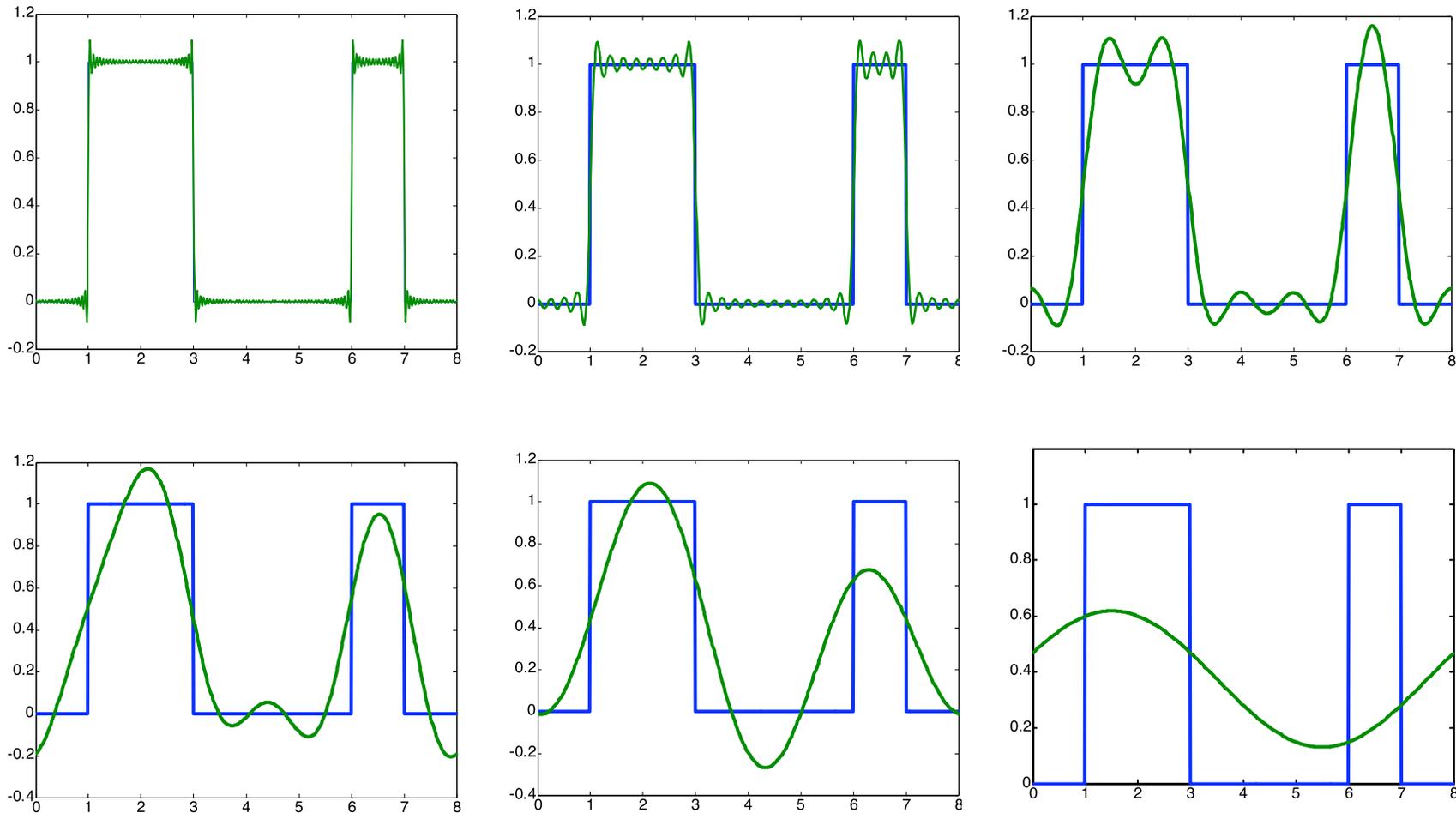
$$= 10 \log_{10} \frac{P_1}{P_0} \quad (\text{in deziBel [dB]})$$

$$\alpha = \frac{P_1}{P_0}$$



## 2. Nicht alle Frequenzen passieren das Medium

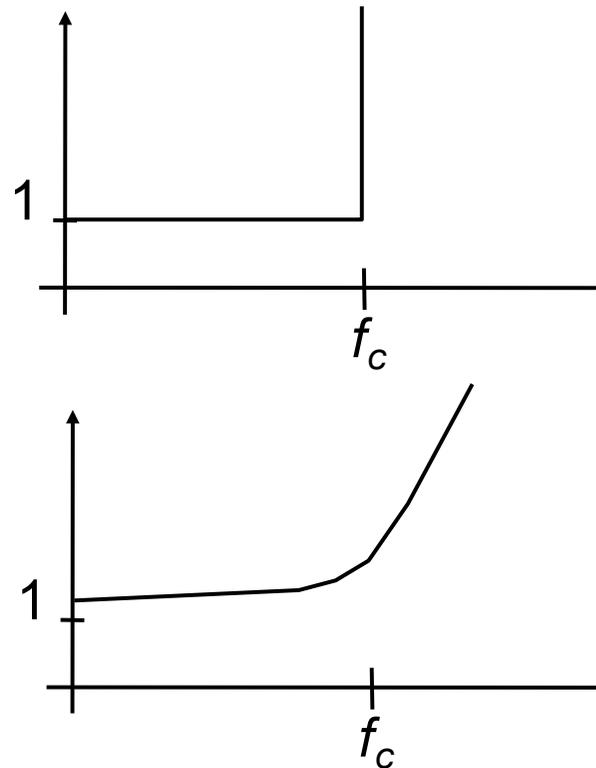
- Das Signal beim Verlust der hohen Frequenzen



(aus Vorlesung von Holger Karl)

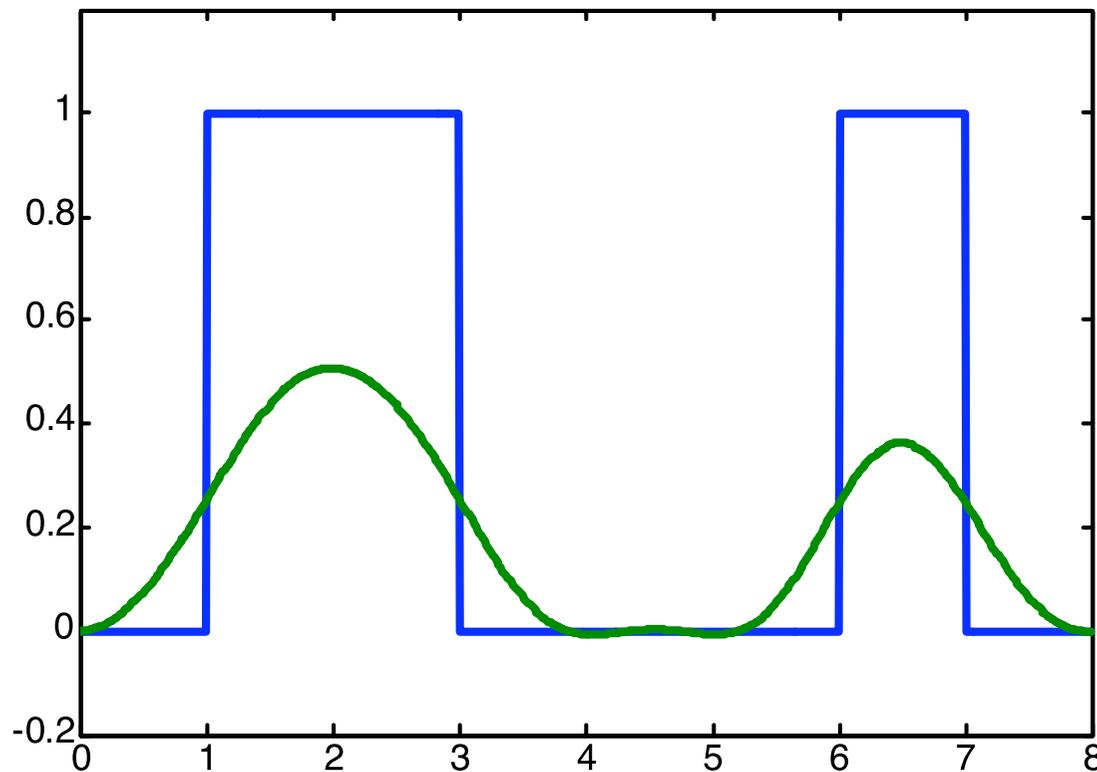
# 3. Frequenzabhängige Dämpfung

- Vorherige Seite: Cutoff
  - Zuerst ist die Dämpfung 1
  - und dann Unendlich
- Realistischer:
  - Dämpfung steigt kontinuierlich von 1 zu höheren Frequenzen
- Beides:
  - Bandweiten-begrenzter Kanal

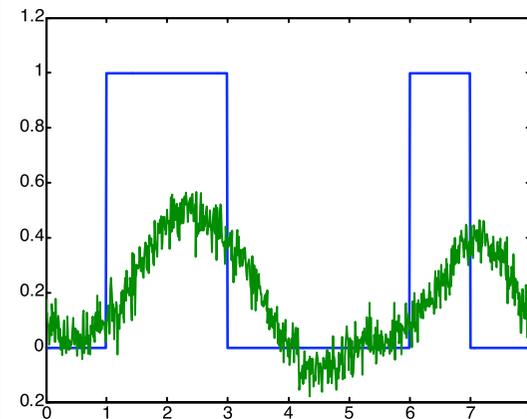


# Beispiel mit realistischerer Dämpfung

- Beispiel: Dämpfung ist 2; 2,5, 3,333... , 5, 10,  $\infty$  für den ersten, zweiten, ... Fourier-koeffizienten



Warum passiert das?



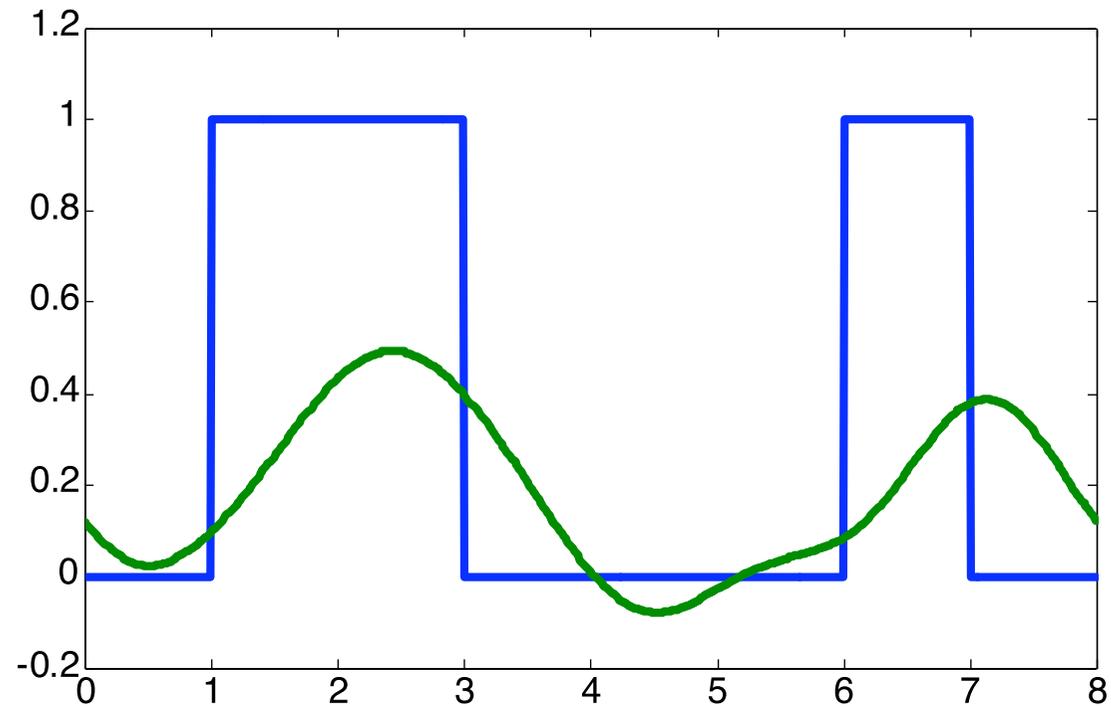
## 4. Das Medium stört und verzerrt

---

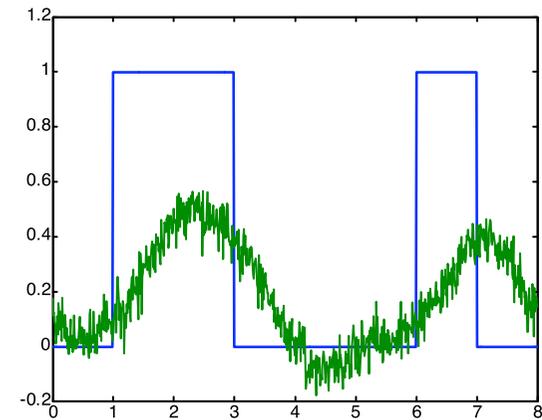
- In jedem Medium (außer dem Vakuum) haben verschiedene Frequenzen verschiedene Ausbreitungsgeschwindigkeit
  - Resultiert in Phasenverschiebung
  - Zu Erinnerung: Sinuskurve ist bestimmt durch Amplitude  $a$ , Frequenz  $f$ , and Phase  $\phi$

$$a \sin(2\pi ft + \phi)$$

- Die Größe dieser Phasenverschiebung hängt von der Frequenz ab
  - Dieser Effekt heißt Verzerrung (distortion)



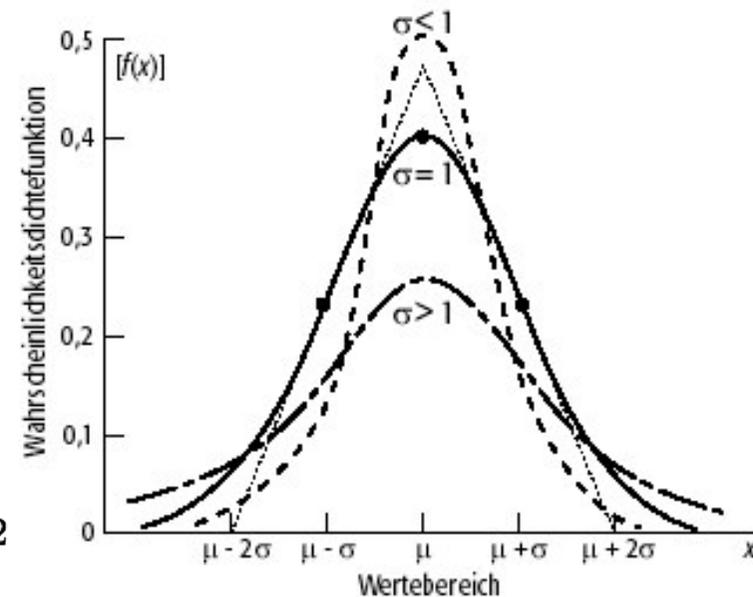
Warum passiert das:



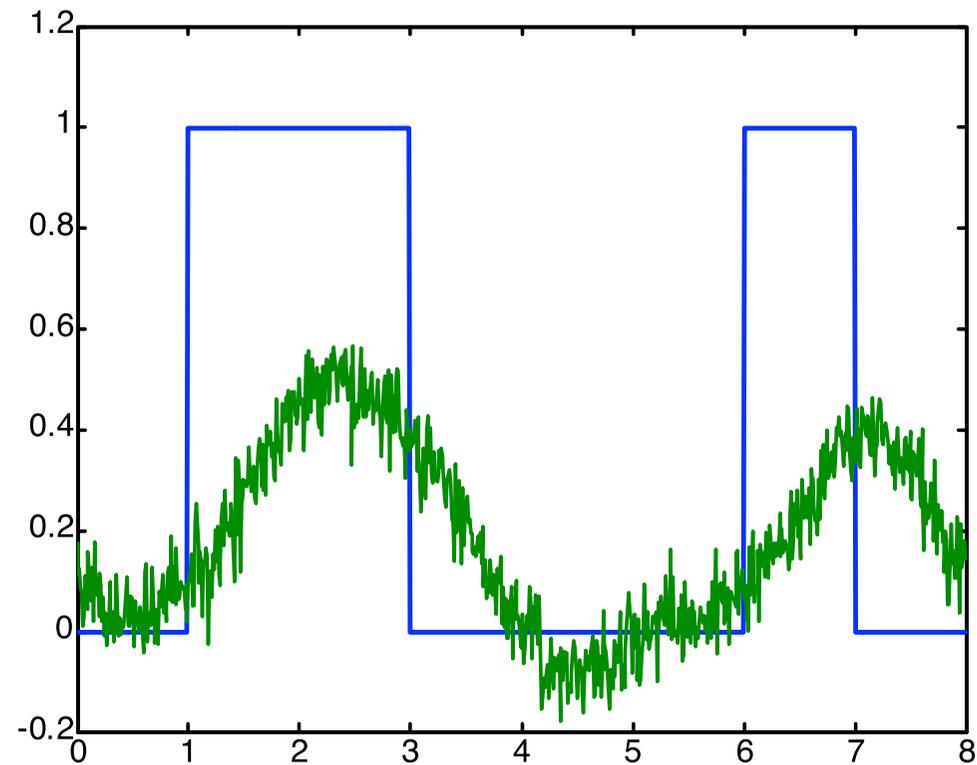
# 5. Echte Medien rauschen

- Jedes Medium und jeder Sender und Empfänger produzieren Rauschen
  - Verursacht durch Wärme, Störungen anderer Geräte, Signale, Wellen, etc.
- Wird beschrieben durch zufällige Fluktuationen des (störungsfreien) Signals
  - Typische Modellierung: Gauß'sche Normalverteilung

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2}$$



- Dies alles kann das Eingangssignal erklären.

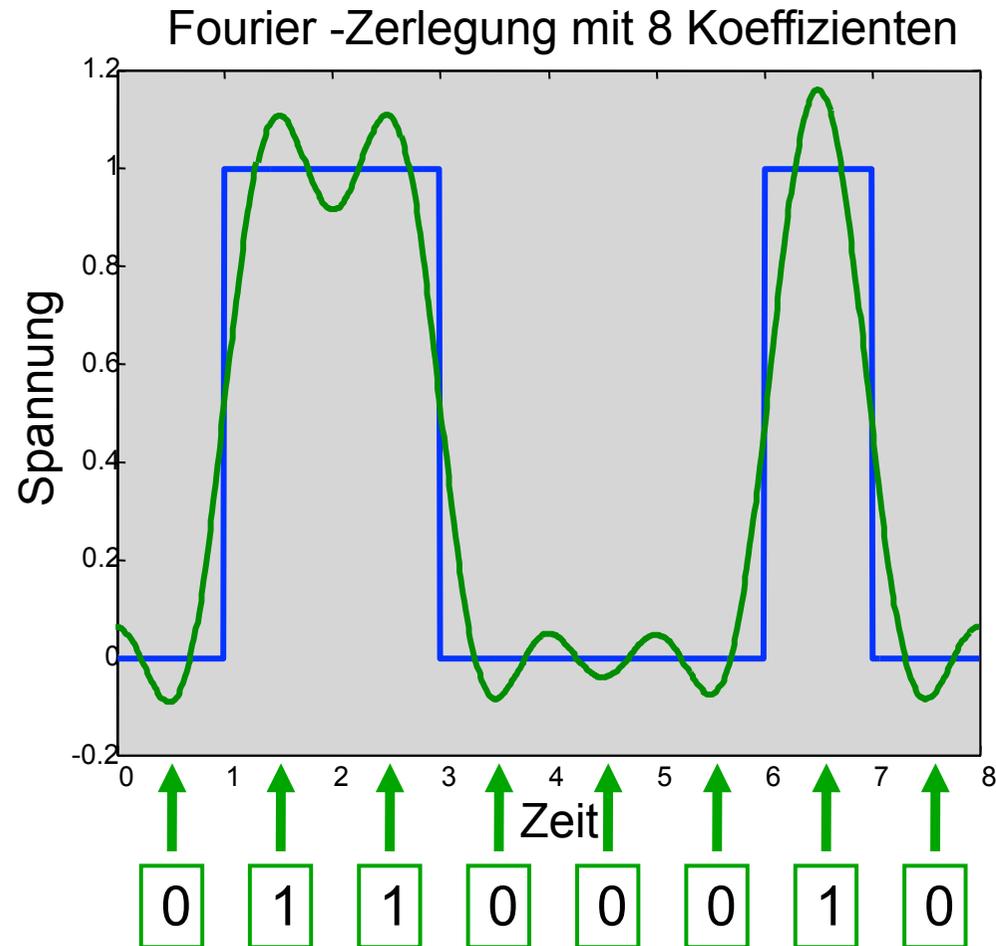


(aus Vorlesung von Holger Karl)

- Basisband (baseband)
  - Das digitale Signal wird direkt in Strom- oder Spannungsveränderungen umgesetzt
  - Das Signal wird mit allen Frequenzen übertragen
    - z.B. Durch NRZ (Spannung hoch = 1, Spannung niedrig = 0)
  - Problem: Übertragungseinschränkungen
- Breitband (broadband)
  - Die Daten werden durch einen weiten Frequenzbereich übertragen
  - Weiter Bereich an Möglichkeiten:
    - Die Daten können auf eine Trägerwelle aufgesetzt werden (Amplitudenmodulation)
    - Die Trägerwelle kann verändert (moduliert) werden (Frequenz/Phasenmodulation)
    - Verschiedene Trägerwellen können gleichzeitig verwendet werden

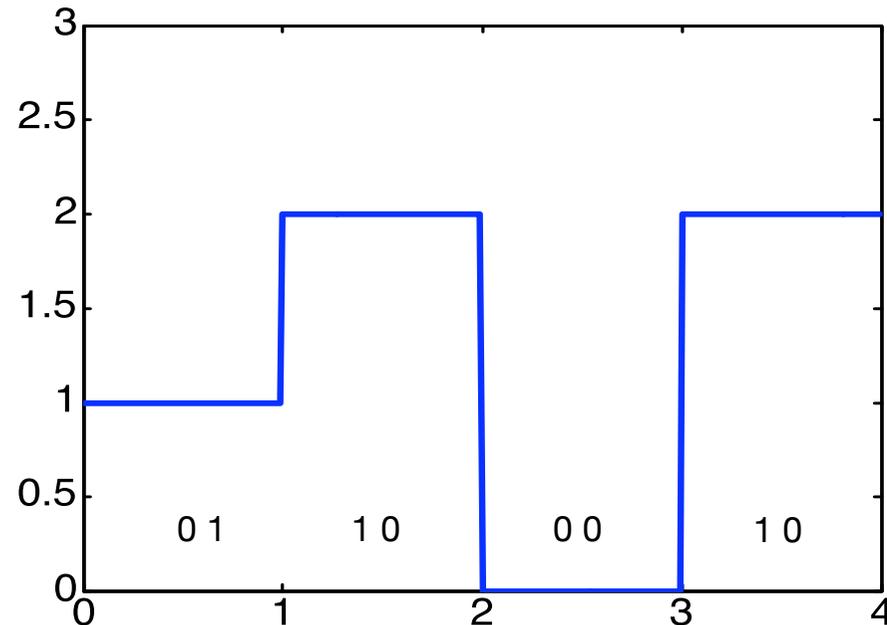
# Wie oft muss man messen?

- Wie viele Messwerte sind notwendig, um eine Fouriertransformation bis zur  $k$ -ten Komponente genau zu bestimmen?
- Nyquist-Shannon-Abtasttheorem
  - Um ein kontinuierliches bandbegrenztes Signal mit einer Maximalfrequenz  $f_{\max}$  zu rekonstruieren, braucht man mindestens eine Abtastfrequenz von  $2 f_{\max}$ .



# Symbole und Bits

- Für die Datenübertragung können statt Bits auch Symbole verwendet werden
- Z.B. 4 Symbole: A,B,C,D mit
  - A=00, B=01, C=10, D=11
- Symbole
  - Gemessen in Baud
  - Anzahl der Symbole pro Sekunde
- Datenrate
  - Gemessen in Bits pro Sekunde (bit/s)
  - Anzahl der Bits pro Sekunde
- Beispiel
  - 2400 bit/s Modem hat 600 Baud (verwendet 16 Symbole)



- Definition
  - Die Bandweite  $H$  ist die Maximalfrequenz in der Fourier-Zerlegung
- Angenommen:
  - Die maximale Frequenz des empfangenen Signals ist  $f=H$  in der Fouriertransformation
    - (Komplette Absorption [unendliche Dämpfung] aller höheren Frequenzen)
  - Die Anzahl der verschiedenen verwendeten Symbole ist  $V$
  - Es treten keinerlei anderen Störungen, Verzerrungen oder Dämpfungen auf
- Theorem von Nyquist
  - Die maximal mögliche Symbolrate ist höchstens  $2 H$  baud.
  - Die maximal mögliche Datenrate ist höchstens  $2 H \log_2 V$  bit/s.

# Helfen mehr Symbole?

---

- Nyquists Theorem besagt, dass rein theoretisch die Datenrate mit der Anzahl der verwendeten Symbole vergrößert werden könnten
- Diskussion:
  - Nyquists Theorem liefert nur eine theoretische obere Schranke und kein Verfahren zur Übertragung
  - In der Praxis gibt es Schranken in der Messgenauigkeit
  - Nyquists Theorem berücksichtigt nicht das Problem des Rauschens

- Tatsächlich ist der Einfluss des Rauschens fundamental
  - Betrachte das Verhältnis zwischen Sendestärke  $S$  zur Stärke des Rauschens  $N$
  - Je weniger Rauschen desto besser können Signale erkannt werden
- Theorem von Shannon
  - Die maximale mögliche Datenrate ist  $H \log_2 (1+S/N)$  bit/s
    - bei Bandweite  $H$
    - Signalstärke  $S$
- Achtung
  - Dies ist eine theoretische obere Schranke
  - Existierende Kodierungen erreichen diesen Wert nicht



# Systeme II

2. Woche: Bitübertragungsschicht

Christian Schindelhauer

Technische Fakultät

Rechnernetze und Telematik

Albert-Ludwigs-Universität Freiburg